MOZAIK

GONDOLKODTATÓ TERMÉSZETTUDOMÁNY-TANÍTÁS

Fizika

Korom Erzsébet
Radnóti Katalin










MTA-SZTE
Természettudomány
Tanítása Kutatócsoport

GONDOLKODTATÓ
TERMÉSZETTUDOMÁNY-TANÍTÁS

Fizika

Módszertani kézikönyv

Mozaik Kiadó - Szeged, 2020

Szerzők: **Radnóti Katalin,**
Adorjánné Farkas Magdolna,
Korom Erzsébet

Szerkesztők: Korom Erzsébet
Radnóti Katalin

Szakmai lektor: Kopasz Katalin
egyetemi adjunktus
Szegedi Tudományegyetem TTIK
Optikai és Kvantumelektronikai Tanszék,
tanár
SZTE Gyakorló Gimnázium és Általános iskola

A kötet elkészítését a Magyar Tudományos Akadémia
Tantárgy-pedagógiai Kutatási Programja támogatta.

ISBN: 978 963 697 845 7

BEVEZETÉS

A kötet a fizika eredményes tanításához és tanulásához kínál módszertani javaslatokat gyakorló tanárok és tanárjelöltek számára. Középpontjában a tantárgyi tartalomba ágyazott képességfejlesztés koncepciója áll. Kiemelt figyelmet fordítunk arra, hogyan lehet a gondolkodásfejlesztést beépíteni a tanulási folyamatba különböző tanórai tevékenységek révén. A fizika tananyagának feldolgozása jó lehetőséget kínál a gondolkodás általános formáinak (pl. arányossági, analógiás, oksági gondolkodás) fejlesztésére, és elősegíti a tudományos megismerés készségeinek fejlődését. A gondolkodás fejlesztésére azért fontos odafigyelni, mert nemcsak a fizikatananyag megértését teheti sikeresebbé, hanem visszahat az általános gondolkodásra is, ami az iskolában és a hétköznapi életben egyaránt előnyt jelent.

A munkát a Magyar Tudományos Akadémia Tantárgy-pedagógiai Kutatási Programja támogatta. E program keretében jött létre 2016-ban az MTA-SZTE Természettudomány Tanítása Kutatócsoport, amely a természettudományos gondolkodás fejlesztését támogató oktatási segédanyagok kidolgozását, kipróbálását tűzte ki célul. A kutatócsoport *Fizika* munkacsoportja számos, az általános, illetve a középiskolai fizikatananyaghoz illeszkedő, a fizikatanításba beépíthető feladatot dolgozott ki. A kötet ezeket a feladatokat tartalmazza az alkalmazásukra vonatkozó módszertani ajánlásokkal együtt. A gondolkodásfejlesztésre vonatkozó javaslatok a négy éven át tartó kutató- és fejlesztőmunka, valamint az oktatás és a fizika szakmódszertan területén szerzett több évtizedes tapasztalat eredményei.

Az első fejezet a fizika tanulásának alapvető céljait, meghatározó elemeit tárgyalja. Kiemelt szerepet kap a kutatási szemlélet értelmezése és annak kialakítása nemcsak a kísérletezés, hanem a feladatmegoldás és a fizikatörténet tanulmányozása során.

A második fejezetben részletesen kidolgozott feladat- és foglalkozástervek szerepelnek a fizika különböző területei szerint. Konkrét példákat mutatunk arra, miként lehet a kutatási szemléletet érvényesíteni a tanórákon, a kötelező tananyag feldolgozása során. Ezek között találhatók mind az általános iskolai, mind pedig a középiskolai tananyaghoz tartozó példák.

A harmadik fejezet a tananyagban, illetve a közép- és az emelt szintű érettségi vizsgakövetelményekben szereplő tudománytörténeti témák kutatásalapú feldolgozásához nyújt javaslatokat, példákat.

A kötet elkészítéséhez sok kolléga hozzájárult. Köszönettel tartozunk az elgondolásainkat kipróbáló tanároknak: Hasznosi Tamásnénak (Sashalmi Tanoda Általános Iskola), Bakosné Sági Gabriellának (Budapest VI. kerület Bajza Utcai Általános Iskola), Imrőné Kemény Gabriellának (Sashegyi Arany János Általános Iskola és

Gimnázium), valamint a tanár szakos hallgatóknak, akik hasznos megjegyzésekkel, tanácsokkal láttak el bennünket. Köszönjük Adorjánné Farkas Magdolnának a projekt során adott sok értékes tanácsot. Köszönjük Kopasz Katalin szakmai lektornak a hasznos észrevételeket, Király Bélának a szakmai javaslatokat, ötleteket, Kállai Istvánnak a mérések lebonyolításában, B. Németh Máriának az adatfeldolgozásban, Börcsökné Soós Editnek a szövegszerkesztésben nyújtott segítséget. Köszönjük a projekt szervezési feladatait ellátó Kléner Judit és Molnár Katalin munkáját.

2020 tavasza

Korom Erzsébet és Radnóti Katalin

A KÖNYVBEN HASZNÁLT IKONOK ÉS JELENTÉSÜK

A feladat/foglalkozás időtartama (perc)

A feladat/foglalkozás szintje (évfolyam)

Módszertani javaslat

Szaktudományi háttér-információ

Tudósok életrajza

Tudománytörténeti szöveg

1. FEJEZET

A FIZIKATANÍTÁS ÉS A GONDOLKODÁSFEJLESZTÉS KAPCSOLATA

Radnóti Katalin
Korom Erzsébet

Az utóbbi évtizedekben tapasztalható rendkívül gyors technikai, gazdasági változások eredményeként jelentősen megváltoztak a munkaerőpiac igényei és a társadalom elvárásai az iskolából kikerülő diákok tudását illetően. Felértékelődtek a 21. század készségei, közöttük a problémamegoldás, kommunikáció, együttműködés, kreativitás, az önálló tanulás, valamint a megszerzett tudás hatékony felhasználása. Kiterjedtek a tanulás színterei, változott a tanulás és a tudás fogalmának értelmezése. A természettudományok hazai oktatásában domináló diszciplína-orientált megközelítés alternatívájaként felerősödtek azok a törekvések, amelyek erősíteni igyekeznek a szaktudományok közötti kapcsolatokat és a tudásnak a tantárgyi, iskolai kereteken túlmutató transzferálhatóságát, valamint az ezekhez szükséges készségek, képességek fejlesztését (Csapó, 2004; B. Németh & Korom, 2012; Korom, Molnár & Csapó, 2015).

A PISA 2018-as vizsgálat elméleti kerete a természettudományos műveltséget úgy határozza meg, hogy „az egyénnek az a képessége, amelynek révén gondolkodó/megfontolt állampolgárként képes foglalkozni tudományos kérdésekkel és elképzelésekkel. […] A természettudományban művelt egyén készséggel vesz részt a tudományról és a technológiáról folytatott értelmes párbeszédekben. Mindez olyan kompetenciákat követel meg tőle, amelyekkel képessé válik jelenségeket tudományosan megmagyarázni, vizsgálatokat megtervezni és értékelni, valamint adatokat és bizonyítékokat tudományosan értelmezni." (OECD, 2016, idézi Oktatási Hivatal, 2019, p. 28).

Ahogyan ez a definíció is jelzi, a természettudományos műveltség komplex tudásrendszer, létrejöttéhez egy olyan támogató tanulási környezet szükséges, ami lehetővé teszi a szaktárgyi ismeretek mellett a természettudományos gondolkodás és a kutatási készségek fejlődését, a tudomány működéséről és hasznáról való tudás formálódását, a természettudományok iránti pozitív attitűd kialakulását (Korom & Z. Orosz, 2020).

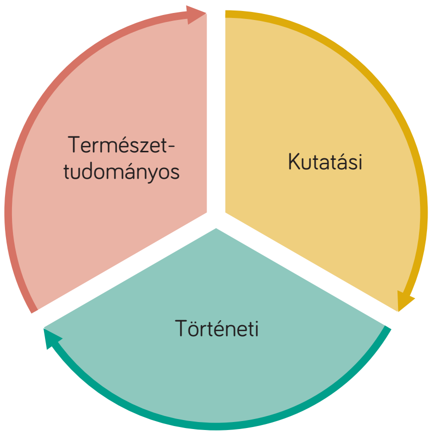
A FIZIKATANÍTÁS CÉLJAI

A természettudományos műveltség koncepcióját lefordítva a fizikatanításra, elmondható, hogy a cél nem csupán az, hogy a tanulók megismerjék és elsajátítsák a fizika tudománya által létrehozott ismeretanyagot, hanem azt is megértsék, hogyan jutottak a tudósok ezekre a megállapításokra, milyen módszerekkel vizsgálják és értelmezik a körülöttünk lévő világot. A fizikatanítás céljai, feladatai tehát sokrétűek:

- a természet jelenségeinek magyarázatához szükséges alapvető fogalomkészlet kialakítása;
- a természettudományos világkép, szemlélet kialakítása;

- a tudományos megismerési folyamat megmutatása;
- a természettudományos gondolkodás fejlesztése;
- a jelenségekről matematikai módon megfogalmazható modellek alkotása, kvantitatív előrejelzések adása;
- a modern technika fizikai alapjainak megismertetése;
- a fizika eredményeinek felhasználása a mai társadalom kihívásainak (pl. energiakérdés, közlekedési, környezetvédelmi problémák) megoldásában;
- a fizika és más természettudományok (pl. kémia, biológia, orvostudomány, geológia) közötti kapcsolatok megmutatása;
- a tudományhoz való viszony formálása.

A kötetben szereplő példák, ajánlások összességében minden említett céllal, feladattal kapcsolatba hozhatók, de részletesebben az alapvető fizikai fogalmak kialakításával, valamint a tudományos megismeréssel és a hozzá kapcsolódó gondolkodási folyamatokkal foglalkozunk. Alapvetően háromféle megközelítést emelünk ki a fizikatanításban: a természettudományos, a kutatási és a történeti szemléletet **(1. ábra)**.



1. ábra A fizikatanítás szemlélete

Ebben a fejezetben röviden összefoglaljuk azt az elméleti keretet, amely alapját képezi a további fejezetekben bemutatott feladatok, foglalkozástervek kidolgozásának és a fizikatanításban való felhasználásának. Az áttekintés alapját képezi számos korábbi munka, amelyben részletesen foglalkoztunk a fizikatanítás módszertani kérdéseivel (l. pl. Radnóti, 2014, 2016; Radnóti & Nahalka, 2002; Radnóti & Adorjánné Farkas, 2015), a természettudományok területén zajló kutatásokkal (Korom & Z. Orosz, 2020), a természettudományi tudás összetevőivel és azok diagnosztikus értékelésével (Csapó & Szabó, 2012; Csapó, Korom, & Molnár, 2015; Nagy, Korom, Pásztor, Veres, & B. Németh, 2015; Korom & Nagy, 2016a, 2016b). A kötet közvetlen előzménye az *Óráról órára* című, tanárjelöltek, tanárok számára készült segédanyag (Radnóti, 2017), amely komplett óraleírásokat és óraelemzéseket tartalmaz.

A SZAKTÁRGYI TUDÁS FEJLESZTÉSE, AZ ALAPVETŐ FOGALOMKÉSZLET KIALAKÍTÁSA

A tanulást napjainkban a konstruktivista tanuláselmélet keretei között értelmezzük, melynek legfontosabb kiindulópontja, hogy a tudást a tanuló aktívan hozza létre, saját maga konstruálja meg, és nem pusztán passzívan befogadja. Az új tudományos ismeretet a tanuló a tanulás során a már meglévő ismeretrendszerébe integrálja, ezért az előzetes ismeretek döntő fontosságúak, mivel segíteni és gátolni is tudják az új tudás elsajátítását. A tudáskonstrukciós folyamat eredményeként sajátos, egyéni tudás jön létre. Ez azonban nem jelenti azt, hogy a tanulás csak egyedül mehet végbe. A társas tanulás, az egyéni gondolatok megvitatása, összevetése rendkívül hasznos lehet az egyén tanulása szempontjából (Korom & Szabó, 2012).

A tudományos fogalmak megtanulása hosszú, akár évekig tartó differenciálódási folyamat eredménye. Különösen nehezen különülnek el az ún. dinamikus fogalomrendszerek, mint például a mozgás leírásához használt fogalmak, az erő, a gyorsaság (nehezen differenciálódik sebességre és gyorsulásra), a nyomás, továbbá a hő, a hőmérséklet, az energia. A diákok gyakran keverik az extenzív (a folyamatok során összeadódó) és az intenzív (kiegyenlítődő) fizikai mennyiségeket, illetve a kiegyenlítődőeket is összeadódóként kezelik (Nahalka, 2002a, 2002b, 2014). Emellett gyakori, hogy olyan elképzelésekkel rendelkeznek, melyek nem felelnek meg a jelenleg elfogadott tudományos nézeteknek. Ezeket az elképzeléseket a kutatók kezdetben tévképzeteknek nevezték, de később inkább a gyermektudomány vagy a naiv elképzelés kifejezéseket használták, és azt emelték ki, hogy a gyerekek fogalmai, elképzelései mások, mint a felnőtteké. A tévképzetek kutatása az 1980-as években kezdődött az angolszász területeken (l. pl. Driver, 1983), de később hazánkban is számos vizsgálat zajlott (Nahalka, 2002; Korom 2005; Radnóti & Pipek 2009; Nagy-Cirok & Horváth, 2019).

A tévképzetek megszüntetése, feloldása nem egyszerű folyamat, hiszen gyakran ellenállnak a hagyományos oktatásnak. A tudományos ismeret elfogadásához, megértéséhez számos esetben a meglévő, főként a tapasztalatokon alapuló fogalmi rendszer átrendeződése, megváltozása szükséges. A fogalmi váltást számos oktatási módszer elősegítheti. Ilyen például az előzetes tudás feltárása egy-egy új téma feldolgozása előtt irányított tanári kérdésekkel osztályszinten vagy csoportmunkában végzett feladatokkal, vitával stb. A cél, hogy a tanulók elgondolkodjanak egy-egy problémán, megfogalmazzák maguknak és a társaiknak, hogy mit értenek az egyes fogalmak alatt, hogyan magyaráznak egy adott jelenséget. Az előzetes tudás aktiválásának, a különböző elképzelések felszínre hozásának, valamint a tévképzetek átalakításának, feloldásának rendkívül hasznos módja lehet a kutatásalapú tanulás. Ennek részeként hipotéziseket kérünk a tanulóktól egy-egy jelenség vizsgálatára, majd a saját megfigyeléseik, vizsgálataik eredményeit elemezve szembesülhetnek azzal, hogy nem igazolható, amit eredetileg feltételeztek. Konkrét bizonyítékaik lesznek, ami többet ér, mintha a tanár azt mondaná, hogy nem helyes, amit gondolnak (Glasersfeld, 1995; Nahalka, 2002a; Korom, 2005).

Mindezek elősegítik a saját ismeretek és gondolkodási folyamatok tudatosulását, a metafogalmi tudatosságot, segítenek felismerni, hogy ugyanarról a témáról mások mást gondolhatnak. Hatásos lehet a kognitív konfliktus keltése is, amikor a tanulóknak olyan jelenséget mutatunk, amit nem tudnak a meglévő „elméletük” alapján megmagyarázni. Ez konfliktust, feszültséget idézhet elő bennük, aminek feloldására olyan elméletet, magyarázó keretet kell mutatnunk számukra, amellyel azok a jelenségek is megmagyarázhatók, amelyek az eredeti elképzeléseikkel nem **(2. ábra)**.

Például a mozgásokat a tanulók a hétköznapi tapasztalataikra alapozva az arisztotelészi fizikát követve magyarázzák, ezért nagy valószínűséggel a tanórán bemutatott vagy elvégzett kísérleteket is ebben az elméleti keretben fogják értelmezni. A tanár feladata, hogy megmutassa diákjainak a newtoni fizika mint alternatív elmélet szélesebb magyarázó erejét, és elérje diákjainál a fogalmi váltást, az arisztotelészi helyett a newtoni mozgásszemlélet alkalmazását. A kötetben bemutatott foglalkozásterveknél többször fogunk utalni a fogalmi váltás ezen lehetőségeire.

A fogalmi váltás elősegíthető úgy is, ha tudománytörténeti példákat mutatunk a diákoknak. Számos tanulói tévképzet ugyanis összefüggésbe hozható a tudománytörténetből ismert megközelítésekkel (pl. a folytonos anyagkép; az áramerősség és a feszültség fogalmak keverése, illetve azok differenciálatlan volta; a hő és hőmérséklet fogalmak keverése, illetve azok differenciálatlan volta; az erő, energia, impulzus, teljesítmény fogalmak keverése, illetve azok differenciálatlan volta stb.). A fizi-

Problémafelvetés, vita, megbeszélés

A tanulók megfogalmazzák saját elképzeléseiket, gondolkodási mechanizmusukat, pl. folytonos anyagkép, lapos Föld, az erő a mozgás fenntartásához szükséges

↓

Kognitív konfliktus létrehozása

A tanulók olyan jelenséggel találkoznak, amire nem ad magyarázatot az „eddigi” elméletük

↓

Az új elméleti keret bemutatása, bizonyítékokkal való alátámasztása

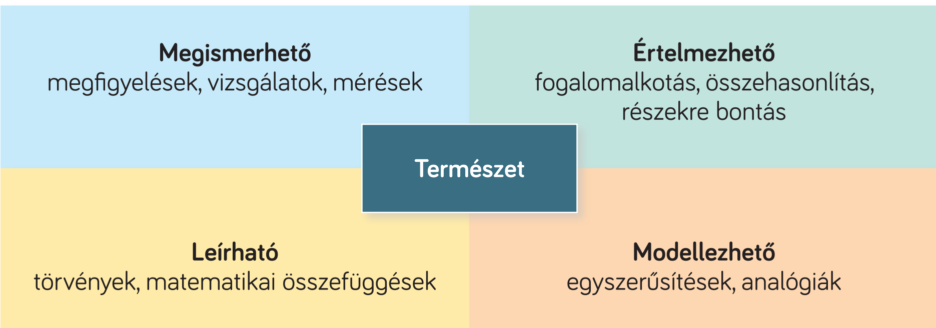
A tanulók felismerik, hogy az új megközelítés hatékonyabb a jelenség magyarázatában, mint a korábbi elképzelésük

2. ábra A fogalmi váltás folyamata a kognitív konfliktus hatására katanulás során a diákok is hasonló gondolkodási folyamaton mennek keresztül, ahogy az a tudomány történetében is végbement (pl. az arisztotelészi mozgásszemlélet newtonivá alakulása, illetve az anyagok szerkezetéről alkotott kép változása, az anyag folytonos képének felváltása a részecskeképpel). A kötetben gyakran kerülnek elő olyan tudománytörténeti vonatkozások, amelyek beépíthetők a tananyag feldolgozásába, és jól használhatók a tanulók szemléletének formálásához.

TERMÉSZETTUDOMÁNYOS SZEMLÉLET

A fizikatanítás fontos célja, hogy a tanulók megismerkedjenek a fizika mint tudomány logikájával, megismerési, kutatási módszereivel; formálódjon a természettudományos világképük, szemléletük **(3. ábra)**. Kialakuljon bennük az a szemléletmód, hogy a természet megismerhető, a természetben előforduló jelenségek törvényekkel leírhatók, és ehhez a leíráshoz a matematika jelrendszerét alkalmazzuk. A világot megfigyelések, vizsgálatok, mérések során ismerjük meg. A jelenségek értelmezéséhez fogalmakat konstruálunk, a fizikai mennyiségekhez számértékeket is rendelünk, melyek révén összehasonlításokat tehetünk. A jelenségeket úgy tudjuk megmagyarázni, hogy alapvetőbb jelenségekre vezetjük vissza azokat (Radnóti, 2016, 2017).

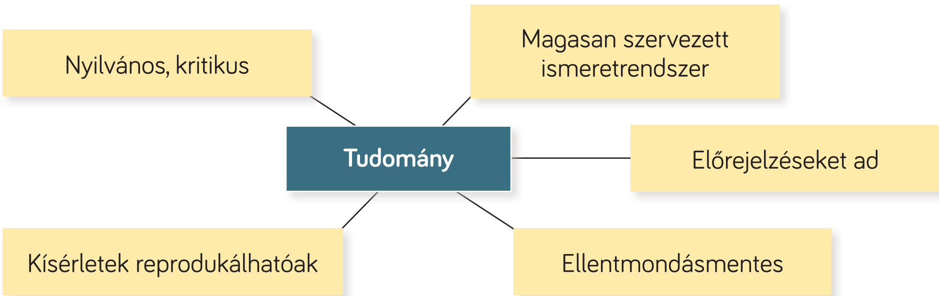
A világ megismerésében az elmélet és az empíria szerves egységet alkot. A meglévő ismeretek alapján *hipotéziseket alkotunk* a dolgok lehetséges működéséről, a megfigyelt jelenségek létrejöttének okairól, és ezek beválását *megfigyelésekkel és kísérletekkel vizsgáljuk.* A természet leírásához, megismeréséhez *egyszerűsítő feltételeket vezetünk be,* analógiákat és *modelleket használunk,* a sokaság leírásához *statisztikai, valószínűségi módszereket alkalmazunk.* A technikai fejlődés eredményeként számos új vizsgálati és adatelemzési módszer jelent meg, *kitágítva a vizsgálható jelenségek körét.* A számítógépes szimuláció új lehetőségeket nyitott meg a modellalkotásban és a modellek tesztelésében (Radnóti, 2016, 2017).



3. ábra A természettudományos szemlélet jellemzői

A TUDOMÁNYOS MEGISMERÉS

A fizikaórán a diákok számos témakörnél találkoznak a természet megismerésének történeti lépéseivel, eseményeivel, alkalmazott módszereivel. Példákat látnak a tudományos megismerés, kutatás folyamatára, sőt ők maguk is végezhetnek méréseket, vizsgálatokat. Fontos, hogy mindezek közben gyarapodjon a tudományos módszerekről és a tudomány kritériumairól való tudásuk (**4. ábra**). Ismerjék például azt, hogy a tudomány bizonyos mértékig magasan szervezett ismeretrendszert jelöl. Az alapelemeknek, axiómáknak tekintett állításokból előre jelezhetők megfigyelhető jelenségek. A tudományos ismeretrendszernek heurisztikus ereje van, új jelenségeket tud „megjósolni", illetve különböző megfigyelésekre, kísérleteknek az elvégzésére tesz javaslatot. Fontos eleme az ellentmondás-mentesség igénye, továbbá a kísérleti adatok reprodukálhatósága, illetve a tudomány nyilvános és kritikus voltának bemutatása (Radnóti & Wagner, 1999; Radnóti, 2002).



4. ábra A tudományosság kritériumai

A TUDOMÁNYOS MEGISMERÉSI MÓDSZER KIALAKULÁSA

Az ókori görögök előtti kultúrák képviselői tudásukat elsősorban konkrét problémák megértésére és kezelésére használható empirikus szabályokba foglalták. A görögök viszont a konkrét ismeretekből, azokon mintegy túllépve valamiféle általánosított tudás létrehozására törekedtek. A különböző tapasztalatokhoz tartozó egyes ismereteket nem pusztán a konkrét feladatok megoldásában alkalmazták, hanem összehasonlítva, egymáshoz kapcsolva valamilyen összefüggő, észszerű rendszert építettek ki (Ropolyi & Szegedi, 2000). Gondoljunk például a geometriára. A természet megismerése vonatkozásában általában a szemlélődés volt a görögökre jellemző, bár voltak kivételek. A földközéppontú elképzelés leírásáról méltán híres Ptolemaiosz (Ptolemais Hermiou, 85/90 körül – Alexandria, 168 körül, görögül író, Egyiptomban élő, római polgár matematikus, csillagász, geográfus, asztrológus és költő.) az i. sz. második században méréseket is végzett a bolygók helyének meghatározásához, de a fénytöréssel kapcsolatos optikai mérései is fontosak, melyek feldolgozható példaként szerepelnek a kötet 2. fejezetében.

A tudományos megismerési módszer további fejlődésében jelentős szerepet játszottak a muszlim tudósok, akiknek egyik jelentős képviselője volt Ibn al-Haytham, (latinosan Alhazen, Basra, Irak, 965 – Kairó, Egyiptom, 1039). Munkássága forrásként szolgált az európai reneszánsz tudósnemzedék (pl. Kepler és Galilei) számára. Alhazen elsősorban optikai vizsgálatai során fejlesztette tovább a görögök nyomán kialakult tudományos vizsgálódási módszert (Radnóti, 2016). Nem egyszerűen csak szemlélődött, majd elmélkedett a dolgokról, hanem tudatos, tervszerű kísérleteket végzett. Hipotéziseket alkotott, mielőtt módosította kísérleti berendezését, majd az eredmények alapján vizsgálódott tovább. A kísérletei során megfigyelt jelenségeket rendszeresen összehasonlította az elméleti alapvetésekkel. Szinte már a mai tudományos kutatási módszertant követve alkalmazta a megfigyelés, kérdésfeltevés, hipotézisalkotás, kísérlettervezés, kísérlet az elmélet ellenőrzésére, a kísérletek megismételhetősége, elméleti értelmezés algoritmust. Gyakorlati problémákat oldott meg a lényegében a görögök által megalkotott elméleti matematikai rendszer segítségével. A matematikai rendszer itt a geometria volt, ezen belül a háromszögek tanulmányozása és a korszak új tudományos teljesítményét jelentő szögfüggvények nagy pontosságú táblázatai. Vagyis ebben a korban már tudták, hogy az elméleti matematikai ismeretek felhasználásával új tudáshoz lehet jutni a természetről. A természet megismeréséhez tehát különböző méréseket kell elvégezni, és azt követően további információra lehet következtetni a kapott adatokkal végrehajtott tervszerű matematikai műveletek segítségével.

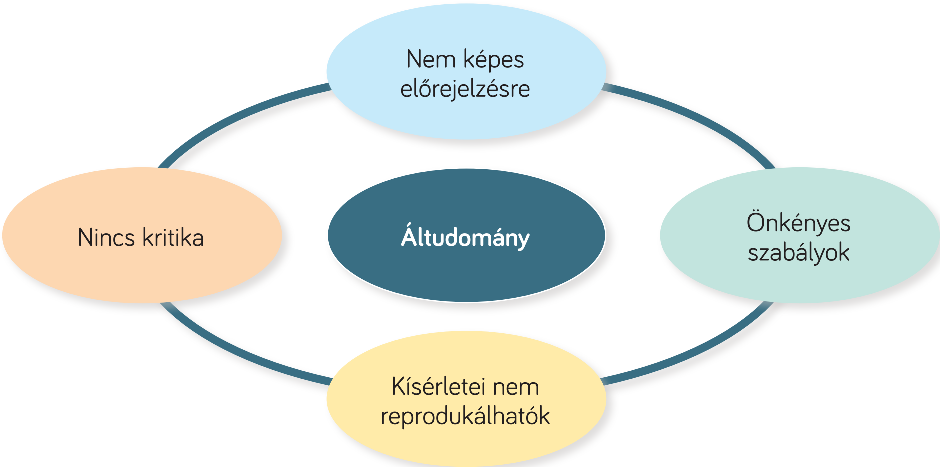
Galilei (Pisa, 1564 – Arcetri, 1642) volt az, aki első ízben beszélt a *mellékes hatások elhanyagolásának* szükségességéről. Elképzelte, hogy milyen lehet az úgynevezett „ideális” eset. Ő volt az, aki ezzel bevezette a *modellalkotást* a természettudományos jelenségek leírásához, amely kiemeli a lényeges elemeket és a többit elhanyagolja, egyszerűsít, és ezzel a jelenséget hozzáférhetővé teszi a matematikai tárgyalás számára (Radnóti, 2009). Mindez döntő jelentőségű volt a későbbi fejlődés szempontjából. Galilei szavaival:

> „Minthogy a súly, sebesség és az alak végtelen sokféleképp változhat, ezeket a jelenségeket nem tudjuk szigorú törvényekbe foglalni, ha tehát mégis tudóshoz méltóan akarjuk tárgyalni anyagunkat, el kell vonatkoztatni tőlük, majd miután felismertük és bebizonyítottuk az összes zavaró körülménytől elvonatkozatott tulajdonságokat, a mindennapi tapasztalat megtanít, hogy törvényeink milyen korlátozások mellett érvényesek a gyakorlatban.” (Galilei, 1638/1986, p. 284)

Napjainkban már természetes módon alkalmazzuk ezt a módszert. A fizika sok modelljét használjuk (pl. pontszerű test, merev test, nyújthatatlan fonál, súrlódásmentes mozgás, ideális gáz stb.). A pontosabb leírás esetében pedig különböző kiegészítéseket alkalmazunk, mint például az ideális gáz állapotegyenlete helyett a van der Waals egyenlet stb. Napjainkban ez kiegészül a különböző számítógépes szimulációs programokkal (Radnóti & Adorjánné Farkas, 2013).

A TUDOMÁNY ÉS AZ ÁLTUDOMÁNY KÖZÖTTI KÜLÖNBSÉG

A tudományos kutatás jellemzőinek megismertetése lehetővé teszi, hogy felkészítsük a diákokat arra, hogy kritikus módon szemléljék a világot, meg tudják különböztetni a megbízható és az áltudományos kutatásokat. Az áltudomány számos dologban különbözik a tudománytól **(5. ábra)**. Nem képes például az előrejelzésre, általában önkényesen állít fel szabályokat, kísérleti adatai nem reprodukálhatók, nem enged teret a kritikai megközelítésnek (Radnóti, 2002).



5. ábra Az áltudomány jellemzői

Napjainkban számtalan, a legkülönbözőbb témákról szóló kutatással kapcsolatos hír lát napvilágot, az áltudományos nézetek hatása világszerte nő. Azoknak az ismeretterjesztő filmeknek egy része is ilyen, amelyek például asztrológiával, ufókkal, világvégi jóslatokkal foglalkoznak. Sokszor egy-egy termék reklámozásakor a fejlesztést kutatási folyamat eredményeként állítják be. Ezeket kritikával kell kezelni! El kell tudni dönteni, hogy az megbízható kutatás lehetett-e. A kritikai gondolkodást, az információk értékelését fizikaórán, a fizikához kapcsolódó témák esetében is fontos fejleszteni. Célszerű megvizsgálni a tudományosság kritériumait, kérdéseket megfogalmazni a kutatással kapcsolatban. Például:

- Honnan származik a hír (melyik országból, milyen szervezettől)? Mi az információ forrása?
- Ha idéz valakit az újságíró/a hír közlője, kitől származik az idézet (pl. tudóstól vagy politikustól)? Hol él az illető?
- Az idézett tudós mennyire vett részt a kutatásban? Például más munkáját elemzi, vagy a sajátját?
- A tudós egyedül dolgozott vagy csoportban?
- Meg lehet-e állapítani az újságcikkből/hírből, hogy ki támogatta a kutatást? Ha nem, akkor mi lehet ennek az oka?
- A tudományos cikket szakértők által lektorált folyóiratban publikálták-e? Ha igen, melyikben? Mit gondolnak a diákok arról, hogy fontos-e ez a tény? Miért igen, vagy miért nem?
- Milyen kérdésekre kereste a kutatás a választ?
- Mik voltak a kutatás kiinduló hipotézisei?
- Milyen vizsgálatot/méréseket végeztek el a kutatók? Mit mivel hasonlítottak össze?
- Mekkora volt a minta?
- Hogyan dolgozták fel az adatokat?
- Milyen ellenőrző vizsgálatokat végeztek?
- Megismételte-e más a vizsgálatokat, és azonos eredményeket kapott-e?

Az információk értékelését is gyakorolhatják a diákok a például a következő kérdések segítségével:

- Hallottak-e már erről a témáról a cikk elolvasása előtt is? Ha igen, találnak-e a cikkben új információkat? Mi a teendő, ha a cikkben talált információk nem egyeznek az előzetes tudásukkal vagy elképzelésükkel?
- Próbálják megtalálni az eredeti információforrást, és ellenőrizzék a részleteket!
- Találtak-e valamilyen hibát a hírben? Ha igen, milyet (hibás információt, hibás magyarázatot vagy valamilyen egyéb tévedést)? Hogyan írnák újra ezt a részt, hogy kijavítsák a hibát?

TÖRTÉNETI SZEMLÉLET

Az oktatás során be kell mutatni azt is, hogy hogyan jutottunk el ahhoz a tudáshoz, amit jelenleg tanítunk, nem elegendő csupán a végeredmények ismertetése (Bernal, 1977; Hobson, 1998). A reális tudománykép kialakítása érdekében fontos annak érzékeltetése, hogy a tudomány változó rendszer. Erre kiváló lehetőség a tananyag feldolgozása történeti szemléletben, helyenként eredeti idézetek felhasználásával. Ezzel a módszerrel bemutatható például egy-egy alapvető fizikai fogalom fejlődése a tudomány története során. Erre az egyik legismertebb példa a mozgásról alkotott kép változása az arisztotelészi szemléletből newtonivá, de az atommodell fejlődése is nagyon jól tanítható tudománytörténeti megközelítésben. Meg lehet mutatni, hogy milyen új felfedezés tette szükségessé a modell továbbfejlesztését, hogyan fejlődött a modell, és meddig volt jól alkalmazható.

A fizikai ismeretek alakulásának, változásának nyomon követése a tudomány működése, az egymást követő elképzelések bemutatása miatt is fontos, de további hozadéka, hogy elősegítheti a tanulók fogalmi fejlődését, fogalmi váltását is, hiszen nem egy esetben a diákok tudásrendszerében is hasonló fejlődési folyamatoknak kell végbe menni. Láthatják, hogy egy hosszú ideig létező elméletet megcáfolnak az újabb felfedezések, és tapasztalhatják azt is, hogy a tévedések természetes velejárói a világ megismerésének.

A GONDOLKODÁSFEJLESZTÉS LEHETŐSÉGEI A FIZIKA TANTÁRGYBAN

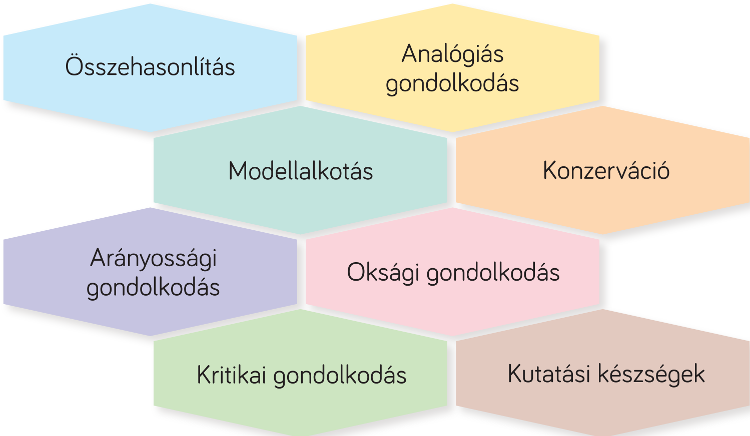
A fizika tanítása kitűnő lehetőséget biztosít a gondolkodásfejlesztésre. Már az alapfogalmak megértéséhez, alkalmazásához, az összefüggések felismeréséhez is fejlett gondolkodási képességek szükségesek. Továbbá, ha a tananyagot olyan módszerekkel dolgozzuk fel, melyben a diákok saját kutatási tevékenységeket is végezhetnek, akkor fejleszthetjük többek között a kérdésfeltevést, a hipotézisek generálását, tesztelését, felülvizsgálatát, illetve a reflexiót (Zimmerman, 2007). Mindez rendkívül hasznos, hiszen a természettudományok tanulása során elsajátított ismeretek, képességek és készségek más területeken is alkalmazhatók, illetve kihatnak az általános gondolkodási képességek fejlődésére is (Adey & Csapó, 2012).

A gondolkodási képességek komplexitásuk és a természettudományos oktatáshoz való viszonyuk alapján három csoportja oszthatók (Johnson-Laird, 2006): (1) alacsonyabb rendű gondolkodási képességek, (2) magasabb rendű gondolkodási folyamatok és (3) a természettudományos gondolkodás. Ezek a csoportok összefüggnek egymással, az egyszerűbb készségek, képességek képezik az alapját a magasabb rendű gondolkodási folyamatoknak.

ALACSONYABB ÉS MAGASABB RENDŰ GONDOLKODÁSI KÉPESSÉGEK

Az alacsonyabb rendű gondolkodási képességek egyszerűbbek, a műveleti rendszerük, szerkezetük viszonylag könnyen leírható. Ide tartozik például a konzerváció, az összehasonlítás, a sorképzés, az osztályozás, a kombinatív, az arányossági, a korrelatív és a valószínűségi gondolkodás, a változók elkülönítése és kontrollja. Fejlődésük alakulását elsőként Piaget tanulmányozta. Vizsgálataiban gyakran szerepeltek természettudományos problémák, például az ingakísérlet, amelyben a tanulóknak azonosítaniuk kellett a releváns változókat és azok egymásra gyakorolt hatását (Inhelder & Piaget, 1958).

A fizikatanításban is számos lehetőség adódik a gondolkodási képességek fejlesztésére **(6. ábra)**, amit Radnóti Katalin (2017) munkája alapján foglalunk össze. A *konzerváció* mint gondolkodási művelet az energia és a lendület megmaradásával, illetve a töltésmegmaradással kapcsolatos számításos feladatokban, valamint a jelenségek magyarázataiban jelenik meg. Az általános és középiskolai tananyagban előforduló jelenségeknél a tömeget megmaradó mennyiségnek tekintjük.



6. ábra Fejlesztett gondolkodási készségek, képességek a fizikatanításban

Gyakoriak a fizikában az *összehasonlítást* kérő feladatok. Ezek lehetnek számításos feladatok, de kérhetjük a diákokat arra is, hogy egy feladat megoldása során kapott eredményt vessék össze a tapasztalattal vagy az előzetesen becsült értékkel, hogy reális-e a kapott eredmény. Ellenőrizzék, hogy megengedhetők-e a feladat megoldása során a jelenség magyarázatához feltételezett elhanyagolások.

A fizika jó lehetőséget ad az *oksági* kapcsolatok gyakorlására, az ok-okozati összefüggések megmutatására. Lényeges gondolkodásfejlesztő hatásuk van az úgynevezett logikai láncoknak, melyekre több példa is szerepel a 2. és a 3. fejezetben a foglalkozásterveknél. Ilyen például az elektron vagy bármely elemi részecske tömegének meghatározása, de az égitestek tömegének, távolságának meghatározása is. Ezekben az esetekben a mennyiségeket nem tudjuk közvetlenül megmérni. Egyéb mennyiségeket mérünk meg, majd azokból és a felismert törvények matematikai megfogalmazásával, matematikai átalakítások segítségével számítjuk az előbb említett mennyiségeket. Ide sorolhatók a többlépéses számításos feladatok is.

A kvantitatív jelleg, a matematikai eszközök felhasználása a fizikatudomány jellegzetessége. A sokféle számítást igénylő feladatok megoldása során fejlődhet a diákok *arányossági gondolkodása.* Az általános iskolai évfolyamokon csak az egyenes és a fordított arányosság szerepel. A fizikai törvények jelentős része függvénykapcsolat. Fontos a függvények ábrázolása, például a mérési eredmények megjelenítése, azok elemzése, illetve az éppen szükséges adatok kikeresése további elemzésekhez.

A magasabb rendű gondolkodási képességek komplexek, gyakran egyszerűbb gondolkodási képességekből szerveződnek. Ebbe a csoportba sorolható például az analógiás, az induktív, a kritikai gondolkodás, valamint a problémamegoldás és a kreativitás. Az *analógiás gondolkodás* (Nagy, 2006) során a diákok kapcsolatot építenek ki a már ismert és megértett (forrás) és az új (cél) szituációk, struktúrák, kapcsolatok között, hogy az új dolgokat megértsék. Az analógiás gondolkodás alapvető az új tudás megszerzésében, de elengedhetetlen a meglévő tudás transzferálásában, új helyzetben, kontextusban való alkalmazásában is. Az *induktív gondolkodás* hasonlít az analógiás gondolkodásra, egyes megközelítések az analógiás gondolkodást az induktív folyamatok egy alkategóriájának tekintik (Csapó, 2002). Az induktív gondolkodás teszi lehetővé hasonlóságok és különbségek azonosítását a tárgyak és attribútumaik között (Klauer, 1990). A *kritikai gondolkodás* számos gondolkodási képesség együttese, nehezen körülhatárolható képesség, ami inkább egyfajta hozzáállást, szemléletmódot jelent. Lehetővé teszi a reflexiót, a kérdezést, hozzájárul a megalapozott érveléshez, következtetéshez, döntéshozatalhoz. A *problémamegoldás* szintén bonyolult gondolkodási képesség. A problémáknak számos típusa van (Molnár, 2006). A fizikatanításban a területspecifikus problémák fordulnak elő, mint például az összetett, elsőre nem átlátható, szemantikailag gazdag problémák, amelyek megoldásához rendszerezni kell a különböző forrásból származó információkat, esetleg újabb információk keresésére is szükség van. Ezek a komplex problémák még bonyolultabbak, ha rosszul definiáltak és tartalmaznak időben változó információkat.

A magasabb rendű gondolkodási képességek fejlesztésére is sok lehetőség nyílik a fizikatanítás során (Radnóti, 2017). Az analógiás gondolkodás rendszerint megjelenik az új jelenségek megismerésekor, bevezetésekor. A fizika jellegzetes munkamódszere a *modellalkotás,* mely az analógia egyik fajtája. Ide tartozik egy-egy jelenség vizsgálata, magyarázata során a lényeges momentumok kiválasztása, a lényegtelennek ítéltek elhanyagolása, illetve a pontosabb leírásoknál a fokozatos figyelembevétele. Például a mozgások vizsgálatakor számtalan esetben hanyagoljuk el első közelítésben a súrlódást, közegellenállást.

A fizikatananyaghoz kapcsolódva lehetőség adódik a *kritikai gondolkodás* fejlesztésére is. Ilyen például az energia felhasználásával, előállításával kapcsolatos kérdések köre. A fizika és a többi természettudomány sem önállóan létezik, hanem társadalmi közegbe ágyazottan. Gondoljunk például arra, hogy a globális felmelegedés, a géntechnológia, az atomerőművek alkalmazása stb. nemcsak műszaki, tudományos kérdéseket, hanem nagy tömegeket, illetve az emberiséget érintő társadalmi és etikai problémákat is felvet. Az új szemléletű természettudományos oktatásban, amely minden leendő állampolgárnak és nem csak a természettudományok területén tovább tanuló diákoknak szól, a fő cél a *társadalmi összefüggésekben értelmezett tudomány* megismertetése. A tanulás során ezért fontos szerepet kap az információk keresése, szelektálása, értékelése, a bizonyítékokra alapozott érvek gyűjtése és felhasználása, a különböző szempontok figyelembevétele és értékelése a következtetések levonásánál, problémák megoldásakor. Ezekben a tanulási helyzetekben a kritikai gondolkodás, a problémamegoldás és a kommunikációs készségek egyaránt fejlődnek.

TERMÉSZETTUDOMÁNYOS GONDOLKODÁS

A természettudományos gondolkodást a gondolkodás specifikus típusaként értelmezhetjük. Olyan mentális folyamatok összességét értjük alatta, amelyeket a természettudományos tartalmakról való gondolkodás, a tudományos problémákkal való foglalkozás vagy valamilyen megismerőtevékenység, például vizsgálódás, kísérletezés során használunk (Kuhn, 2002; Dunbar & Fugelsang, 2005), illetve amik ahhoz szükségesek, hogy tapasztalataink és tudásunk alapján következtetéseket alkossunk vagy döntéseket hozzunk egy probléma kapcsán (Zimmerman, 2007).

A természettudományos gondolkodás magában foglalja a gondolkodás alacsonyabb és magasabb rendű formáit. Ezáltal válik lehetővé az absztrakt tartalmak, szimbólumok kezelése, a tapasztalatok, megfigyelések értelmezése, kapcsolatok keresése és értelmezése különböző változók között, ok-okozati viszonyok feltárása, következtetések levonása. A természettudományos gondolkodás részeként tekintjük a kutatási készségeket (*inquiry skills*), melyeket a tudományos megismerés lépéseiben használunk (Kind, 2013). Ide tartozik például a probléma azonosítása, a kutatási kérdés megfogalmazása, hipotézisek generálása és ellenőrzése, kísérletek tervezése, a releváns változók azonosítása, manipulálása és kontrollja, adatok gyűjtése, elemzése, értékelése, valamint következtetés megfogalmazása. Fejlesztésük módszereit a fizikában a következő alfejezetben tárgyaljuk.

A KUTATÁSI KÉSZSÉGEK ÉS A KUTATÁSI SZEMLÉLET FEJLESZTÉSE A FIZIKAÓRÁKON

A kutatási készségek fejlesztése a fizika tantárgy tanulása során elsősorban az empirikus vizsgálatokhoz, a kísérletezéshez köthető, bár nem kizárólagosan, hiszen nem lehet minden témakört kísérletesen feldolgozni a tanórákon, ezért mutatunk egyéb lehetőségeket is. A fizikai megismerés a tanórákon nemcsak egyszerűen a kísérletek elvégzését jelenti recept alapján, hanem a tanulók bevonását a teljes megismerési folyamatba. Ez történhet tudománytörténeti folyamat tanulmányozása során, feladatok megoldásakor vagy új tudományos eredmény feldolgozásakor is.

Több országban elterjedt gyakorlat, napjaink szakmódszertani fejlesztéseinek egyik meghatározó eleme a kutatásalapú természettudomány-tanítás (*Inquiry-based Science Education* – IBSE) (Korom & Z. Orosz, 2020). A lényege, hogy a kutatás, vizsgálódás képezi a természettudományi tudás elsajításának alapját, irányítja a tanulói tevékenységek megszervezésének és kiválasztásának alapelveit (Nagy, 2010). A kutatásalapú tanulás (*Inquiry-based Learning* – IBL) lehetővé teszi, hogy a tanulók átéljék a tudásalkotás folyamatait, minél jobban lássák az ismeretszerzés teljes menetét, legyenek annak aktív részesei. A kutatásalapú tanulás esetében a tananyag feldolgozásának menete a következő (Nagy, 2010; Nagy, Korom, Pásztor, Veres, & B. Németh, 2015; Korom & Nagy, 2016b):

- problémák keresése, azonosítása;
- kérdések megfogalmazása a probléma kapcsán;
- a kérdések közül a kutatásra érdemes kérdések kiválasztása;
- hipotézisek megfogalmazása;
- vizsgálat tervezése a hipotézisek ellenőrzésére;
- a kísérleti elrendezés kialakítása, a vizsgálat menetének, eszközeinek megadása;
- a vizsgálat kivitelezése, adatok gyűjtése, rögzítése;
- az adatok elemzése, értelmezése;
- az eredmények és a hipotézisek összevetése, következtetések megfogalmazása;
- a kutatás eredményeinek kommunikálása, reflektálás a kutatási folyamatra.

A célkitűzés az, hogy a diákok a fizika tanulása során minél több példa kapcsán lássák a megismerési folyamat lépéseit. Ezt értjük kutatási szemléletű tanítás alatt (Radnóti & Adorjánné Farkas, 2015). Azonban ez a módszer nem egyszerűsíthető le arra, hogy a diákok minél többet kísérletezzenek. A kísérletezés fontossága a fizika tudomány empirikus jellegéből adódik. A fő célkitűzés a megismerési folyamatnak mint algoritmusnak a végigkövetése, a diákok gondolkodásának fejlesztése. Ezért lényeges, hogy a diákok ne kész receptek alapján dolgozzanak, hanem biztosítsuk számukra, hogy egy-egy lépést önállóan is megtegyenek.

A kutatásalapú tanulásnak három fokozata van: a strukturált, az irányított és a nyitott kutatás (Tafoya, Sunal, & Knecht, 1980). A *strukturált* kutatásnál a tanár jelöli ki a problémát, a kutatási kérdést, megadja a hipotézist és az elvégzendő kísérlet lépéseit, a diákok dolga csupán a vizsgálat végrehajtása, az adatok, tapasztalatok rögzítése, esetleg a következtetés megfogalmazása. Az *irányított* vagy *vezetett* kutatásnál a kísérlet megtervezését, az eszközök, anyagok kiválasztását is a diákok végzik. A *nyitott* kutatásnál pedig az összes lépést, akár a probléma feltárását, körül határolását és a kutatási kérdés megfogalmazását is. A strukturált kutatástól fokozatosan célszerű haladni a nyitott kutatás felé, akár külön is lehet egy-egy lépést gyakoroltatni. A kutatási készségek, mint minden készség, hosszú idő alatt fejlődnek. Sok-sok tanulási szituáció, tényleges kutatási tapasztalat, illetve mások által végzett kutatás elemzése, értelmezése szükséges hozzá.[1]

A tanár a kutatásalapú tanulásban a tanulási folyamat segítője. Nem készen adja az információkat, inkább kérdéseivel segíti a tanulási folyamatot, és igyekszik rávezetni a megoldásra a tanulókat a megoldás közlése helyett. Gyakran előfordul az is, hogy a tanulók gondolkodása tévútra megy. Ilyenkor a tanár segít abban, hogy a tanuló megtalálja a helyes megoldást. Ez a helyzet egyben lehetőséget is kínál a különböző elképzelések megvitatására, és segít a diákoknak felismerni, hogy a hibázásból is sokat lehet tanulni.

A kutatási szemlélet megismerése és alkalmazása a fizika tanulása során minden diák számára fontos, és nem csak azoknak, akik természettudományos területen szeretnének továbbtanulni. A kutatási szemléletmód, a tudományos megismerési algoritmus fegyelmezett gondolkodásmódot kínál, ami elősegíti, hogy a diákok a későbbiek során képesek legyenek eligazodni a világban, felelős döntést hozni a saját életükben, mérlegelve az érveket, ellenérveket, elkülönítve a megbízható eredményeket, bizonyítékokat az áltudományos babonáktól.

A következő alfejezetekben bemutatjuk, hogy miként lehet a kutatási szemléletet érvényesíteni a fizikaoktatás több területén, az empirikus vizsgálatok, a tudománytörténet tanulmányozása, valamint a feladatok, problémák megoldása során **(7. ábra)**.

7. ábra A kutatási szemlélet fejlesztési lehetőségei

1 Az Iskolakultúra folyóirat 2016/3. tematikus száma több példát is mutat a kutatásalapú tanulás megvalósítására a természettudományos nevelésben. http://epa.oszk.hu/00000/00011/00203/pdf/

TANULÓI KÍSÉRLETEK

A fizikatananyag feldolgozása során számos kísérlet bemutatására van lehetőség. Ezek célja többféle lehet, például egy jelenség megismertetése, demonstrálása vagy egy törvény működésének igazolása. A tananyaghoz kapcsolódó megszokott kísérletek a fizikai fogalmak, összefüggések tanításán túl felhasználhatók a kutatási készségek fejlesztésére, a kutatási szemlélet alakítására is. A kötetben példákat mutatunk erre néhány kísérletes témakörben. Nem új kísérleteket találtunk ki, hanem elsősorban a meglévőket dolgoztuk fel újszerű módon, kutatásalapú szemlélettel. Erre törekedtünk a közel 300 hetedik évfolyamos tanuló bevonásával zajlott kísérleti és kontrollcsoportos oktatási kísérletünkben is, amelyben egy teljes témakört, a hőtant dolgozta fel több tanár kolléga a kísérleti csoport osztályaiban kutatási szemlélettel (Radnóti & Hasznosi, 2019; Radnóti & Hasznosi, 2020).

A kísérletek leírásánál (l. 2. fejezet) utalunk arra, hogy a tanulók részéről milyen előzetes tudásra számítunk ahhoz, hogy eredményesen el tudják végezni a vizsgálatot. Felsoroljuk, hogy milyen eszközökre van szükség, helyenként röviden vázoljuk az elméleti hátteret is. Bemutatunk egy lehetséges megoldást, mérési táblázatot, de természetesen más megoldások is alkalmazhatók, illetve a diákok is kitalálhatnak másféléket. Ezek helyességét az adott szituációban kell mérlegelni.

A kutatásalapú kísérletes feladatok megfogalmazásakor arra törekedtünk, hogy minél inkább bevonjuk a tanulókat a teljes megismerési folyamatba, ezért szándékosan nem „kész recepteket” írtunk, azaz nem strukturált kutatást várunk a diákoktól. Sőt, több esetben a vizsgálandó kérdés megfogalmazását is a tanulóktól várjuk, természetesen tanári támogatással, megbeszéléssel. Fontos gondolkodásfejlesztő elem a kérdezés, a kérdésfeltevés, majd annak alapján a hipotézisalkotás, és arra építve a vizsgálat megtervezése (pl. mit mivel, hogyan fognak mérni), a kísérlet végrehajtása, az adatok rögzítése, elemzése, értékelése. A kutatási kérdés megfogalmazásának kérése kiváló lehetőséget ad arra, hogy a tanulók összegyűjtsék és átgondolják, az adott problémával, témával kapcsolatos ismereteiket. A hipotézisalkotás nemcsak a meglévő ismeretek alkalmazását igényli, hanem annak átlátását is, hogy mi történhet az adott kísérlet, vizsgálat során, milyen kimenetek lehetségesek.

A megfigyelést, a mérést, az adatgyűjtést és az adatok rögzítését is tanulni kell. Ezért lényeges, hogy mindezeket először beszéljük meg a tanulókkal, és ne adjuk meg előre például a mérési adatok rögzítéséhez szükséges táblázatot. Gondolják át, hogy miként lenne célszerű a táblázatot megalkotni, milyen tényezőket vizsgálunk, milyen adatokat mérünk. Lehetőség szerint a jegyzőkönyvek szerkezetét is önállóan alkossák meg a diákok. Emeljék ki a végső következtetést, adjanak összegzést a vizsgálatról.

Természetesen az első vizsgálatok, mérések alkalmával nagyon sok tanári segítségre, főként rávezető kérdésekre és az egyes lépések közös megvitatására van szükség. Az eredményes munka feltétele, hogy a tanulók tisztában legyenek néhány alapvető kutatásmódszertani ismerettel (pl. a tudományos vizsgálat jellemzői; a kutatási kérdés, hipotézis, függő változó, független változó, konstans, kísérleti elrendezés, mérés, mérőeszköz, mérési hiba, adat, tapasztalat, következtetés, jegyzőkönyv fogalma). A fizikában gyakoriak a mérőkísérletek, ezeknél érdemes tisztázni néhány további dolgot is. Például, hogy az adott mérés esetében milyen pontosan tudunk, és milyen pontosan érdemes egy mennyiséget megmérni; mennyire pontosan lehet, és mennyire pontosan érdemes megadni az egyes számított mennyiségeket; hány tizedesjegyig célszerű számolni; mi lehet a mérési hibák oka; hogyan lehet megbecsülni, illetve csökkenteni a mérési hibát. Érdemes azt is megbeszélni, hogy ha többször végeznek el egy-egy mérést, akkor nem teljesen azonos eredményeket kapnak, és épp a hibák kiküszöbölése érdekében kell egy adott elrendezésben több mérést végezni. Továbbá azt is tisztázni kell, hogy több jellemző vizsgálata esetében egyszerre csak egyet változtassanak, a többit tartsák állandó értéken. Mindezeket fokozatosan, az egyes feladatokon keresztül tudják elsajátítani a diákok. Különösen akkor, ha a vizsgálatok alatt, illetve a vizsgálatokat követően is szó esik arról, hogy mit miért tesznek, tettek, illetve milyen hibákat vétettek, mit csinálnának legközelebb másként.

Fokozatosan érdemes haladni a strukturált feladatoktól az irányított kutatási feladatokon keresztül a nyitott kutatás irányába. A célkitűzés az, hogy a tanulók minél önállóbbá váljanak, de azt szem előtt kell tartanunk, hogy a teljesen önállóan megvalósított nyitott kutatás fejlett kutatási készségeket igényel, és elsősorban a középiskolai fakultációs vagy tehetséggondozó foglalkozásokon reális.

Fontosnak tartjuk azt is, hogy a diákok a hagyományos kísérletezés eszközei mellett minél gyakrabban alkalmazzák a vizsgálatok, mérések során a különböző IKT-eszközöket. Több mérés leírásánál javasoljuk, hogy készítsenek fényképeket, videofelvételeket, melyeket a kiértékeléshez, az adatok pontosabb leolvasásához is felhasználhatnak. Javaslunk továbbá internetes keresési feladatokat is az egyes témákban való elmélyedéshez, a szélesebb körű tájékozódáshoz, a differenciált fejlesztéshez. Az elkészült fényképek, videofelvételek elhelyezhetők akár egy közös elektronikus felületen, melyekből váltogatva az adott tananyagrész összefoglalásakor is fel lehet használni elemeket.

A kísérlet eredményeinek bemutatásához a diákok készíthetnek prezentációt is. Több esetben javasoljuk, hogy egy-egy témakör feldolgozása differenciált csoportmunka keretében valósuljon meg. A különböző tényezőktől való függést (pl. milyen tényezőktől függ, illetve nem függ a súrlódási erő, vagy az elektromágnes emelőereje stb.) más-más csoport vizsgálhatja, melyről beszámolnak társaiknak. Ez a módszer kicsit hasonlatos ahhoz, ahogyan egy kutatócsoport vizsgál egy témakört, és az abban részt vevő kisebb csoportok az egyes altémák felelősei.

Amennyiben grafikont készítenek a tanulók, azt lehetőleg számítógépes program segítségével tegyék. Gondolják át a tengelyeken lévő mértékegységeket, a tengelyek feliratozását, és minden ábrának, grafikonnak adjanak címet. Próbáljanak meg függvényeket illeszteni, és az illeszkedés jóságát vizsgálni az R^2 segítségével. Fontos, hogy a tanulók ne egyszerűen „képleteket” lássanak ezekben, melyekbe „be lehet helyettesíteni”, hanem felismerjék, hogy a természet leírására a fizikai mennyiségek között függvénykapcsolatokat fogalmazunk meg.

A kísérletek megvalósításának menetét mutatja be a **8. ábra**. Ennek alapján a diákok számára a következő, általános instrukciókat lehet adni:

- Fogalmazzátok meg saját szavaitokkal a vizsgálandó problémát, majd alkossátok meg a kutatási kérdést, hogy mire szeretnétek választ kapni!
- Az eddigi ismereteitek alapján fogalmazzátok meg a hipotéziseteket, és írjátok le! A hipotézis egy előzetes feltevés, melyet meg lehet cáfolni, illetve be lehet bizonyítani. Figyeljetek arra, hogy a hipotézisnek kísérletileg vizsgálhatónak kell lennie!
- A következő lépés a kísérlet megtervezése. Gondoljátok át, hogy milyen tényezőt vizsgáltok, vagy milyen mennyiséget fogtok mérni, és hogyan! Milyen körülményeket változtatnátok meg? A kísérlet során ügyeljetek arra, hogy egyszerre csak egy körülményt változtassatok meg! Milyen lépések fogják követni egymást a kísérlet megvalósítása során?
- Gyűjtsétek össze azokat az eszközöket, amelyekre szükség lesz!
- Rajzoljátok le/fényképezzétek le a tervezett kísérleti összeállítást!
- Konkretizáljátok a hipotézist, és fogalmazzátok meg, hogy milyen tapasztalatra számítotok, ha elvégzitek a kísérletet! Ez sok esetben egy feltételes mondatban fogalmazható meg: Például *ha* növeljük a víz hőmérsékletét, *akkor* egyre több cukrot tudunk feloldani benne.
- Végezzétek el a kísérletet!
- Rögzítsétek a tapasztalatokat! Készítsetek fényképeket, esetleg videofelvételeket a kísérlet eredményéről!

8. ábra A kísérletek lebonyolítása kutatási szemléletben

- Amennyiben mérés is történt, foglaljátok táblázatba a mérési eredményeket! Ehhez alkossátok meg a táblázatot! Figyeljetek arra, hogy áttekinthető formában tartalmazza az összes általatok mért adatot!
- Elemezzétek az adatokat, majd vonjátok le a következtetést!
- Vessétek össze az adatok alapján levonható következtetéseiteket az előzetesen felállított hipotéziseitekkel! Igazolta a kísérlet eredménye a hipotéziseteket?
- Ne ijedjetek meg, ha a kísérlet nem igazolja a hipotézist, hanem próbáljátok megvizsgálni, hogy mi lehet ennek az oka! Lehet, hogy nem végeztétek el jól a mérést. Próbáljátok meg még egyszer! Ha ez a mérés sem igazolja az előze-

tes feltételezést, akkor lehet, hogy nem volt helyes a kísérleti terv, vagy nem volt jó a hipotézis. Gondoljátok át újra!

- Amennyiben az adatok igazolták a hipotézist, végezzetek kontrollvizsgálatot, ismételjétek meg a kísérletet!
- Összegezzétek a kísérlet eredményét!
- Vezessetek jegyzőkönyvet a kísérletről! A jegyzőkönyvnek olyannak kell lennie, hogy annak alapján reprodukálni lehessen a vizsgálatot. A tudományosság egyik fontos kritériuma a megismételhetőség (mások is ugyanazokra az eredményekre, és azokból ugyanolyan következtetésekre jussanak).
- Értékeljétek a munkátokat, tekintsetek vissza a vizsgálatok során felmerült nehézségekre és azok megoldására!

A fizikatananyag kapcsán több példán keresztül megmutathatjuk, hogy a tudomány történetében többnyire a **8. ábrán** vázolt lépések szerint történt a tudományos megismerés, bár minden esetben voltak sajátos, egyedi vonások is. Az ábrán két visszacsatolási kört ábrázoltunk, de valójában a tudományos kutatások során folyamatos a visszacsatolás; a kísérleti körülmények vagy a hipotézisek módosítása, illetve újabb és újabb kutatási kérdések megfogalmazása. A 2. és 3. fejezetben több példát is mutatunk erre. Például:

- Galilei speciális lejtőt készített a változó mozgás vizsgálatára, melynek tetejéről golyókat engedett le különböző hajlásszögek alatt.
- Ohm is speciális berendezést konstruált a különböző huzalokon átfolyó áramerősség és a feszültségviszonyok vizsgálatára. Eredetei adatait és számításait is ismerjük.
- Az első nukleáris reaktort 1942-ben építették meg annak vizsgálatára, hogy a nukleáris láncreakció megvalósítható-e.
- Napjainkban a Higgs-bozon és a gravitációs hullámok létének kimutatására építettek speciális és óriási berendezést. Ezekben az esetekben is meg kellett határozni azt, hogy konkrétan milyen észlelet jelenti a tényleges felfedezést.

FELADATMEGOLDÁS

A fizikatanítás egyik jellegzetes eleme a feladatmegoldás. A tanárok és a tanulók munkáját nagyon sok különböző feladatgyűjtemény segíti. Ezekben zömmel rövid szöveges leírások szerepelnek valamilyen szituációról, melyet különböző fizikai mennyiségekkel lehet kvantitatív módon jellemezni, és ezek segítségével néhány további mennyiség kiszámítható. Általában erre irányul a kérdés. De miért is oldatunk meg a diákokkal fizikai feladatokat?

Úgy gondoljuk, hogy a feladatmegoldás nem célja, hanem az egyik eszköze a fizikatanításnak, hogy bevezesse a diákokat a fizikai gondolkodásba. A feladatmegoldás elősegíti a megoldási algoritmusok begyakorlását, továbbá ezen algoritmusoknak az életszerű problémákhoz való hozzárendelését (Nahalka & Poór, 2002). Szerepe van a fizikai fogalmak kialakításában, megerősítheti, elmélyítheti azok lényeges jegyeit. A fogalomalakítás szempontjából különös szerepük van a kvalitatív feladatoknak, amelyek bizonyos fajta nyomozásnak is felfoghatók, hiszen nincs lehetőség sablon vagy rutin alapján eljutni a megoldáshoz, mint sok esetben az egyszerű képletbe való behelyettesítést igénylő kvantitatív feladatoknál. A kvantitatív, tehát numerikus számolást igénylő feladatra is úgy célszerű tekinteni, mintha az egy kvalitatív feladat lenne. Fontos először elemezni a jelenséget, megérteni a lényeget, feltárni az okokat, összefüggéseket, majd a matematika mint eszköz felhasználásával formába önteni a fizikai mennyiségek közötti kapcsolatot (Holics, 1970).

A fizikaórán sor kerülhet problémák megoldására is. Ennek része a problémafelvetés, a számítás, melyhez szükséges az adatok szervezése (pl. ábrázolása oszlopdiagramként), az adatok értelmezése (akár saját mérésből, akár mások méréseiből származnak), a számítások eredményei alapján magyarázat megalkotása és kritikai észrevételek megfogalmazása. A gondolkodásfejlesztés szempontjából fontos szerepe van a tanulói előrejelzésnek, illetve hipotézisalkotásnak, melyekre a feladatmegoldás esetében is számtalan lehetőség van. Ezzel mintegy érzékeltetni lehet az ismeretszerzés nehézkes útját, továbbá így lesz ténylegesen a tanuló sajátja a megszerzett új ismeret. Érdemes a probléma megoldása végén, mintegy lezárásként visszatekinteni a folyamatra, reflektálni, honnan hová jutottunk, hogyan gondolkodtunk előtte és utána, milyen új ismeretet szereztünk, és az mire lesz jó nekünk.

Azt gondoljuk, hogy szükség van újszerű feladatok kitűzésére, melyek a fizika tantárgy modernizálásához is hozzá tudnak járulni. A korábbi szakmódszertani szakirodalomban szokás volt szigorú követelményként szabni a feladatok lehető legvilágosabb, lehető legérthetőbb, legegyszerűbb megfogalmazását, az adatok teljes körű megadását és a fölösleges adatok közlésének elkerülését. Mi nem szeretnénk ilyen követelményeket megfogalmazni. A valós élet problémái nem ilyenek, s ha csak lecsupaszított feladatokkal foglalkozunk, akkor nem tudjuk modellezni azokat a szituációkat, amelyekbe tanítványaink majd ténylegesen kerülnek, kerülhetnek a mindennapi helyzetekben. A valós kontextusokban felmerülő problémák általában nem jól strukturáltak, nem kellően explicitek, az adatok köre nem teljes, továbbá számos irreleváns, a végleges megoldásban majd szükségtelennek bizonyuló információ is adott.

A teendőnk az, hogy a gyerekeket támogassuk, segítsük abban, hogy időnként maguk fogalmazzák meg, pontosítsák a problémákat, szűrjék ki az irreleváns információkat, s adjanak meg értelmes adatokat, ha éppen arra van szükség. A gyerekek többségét foglalkoztató problémák feldolgozásával elérhetjük, hogy növekszik a tantárgy iránti érdeklődés. A megfelelően kiválasztott feladatok megoldása közben nemcsak a fizikai ismeretek megértéséhez jutnak közelebb a gyerekek, de a munka során olyan módszereket is elsajátíthatnak, amelyeknek más területeken is hasznát veszik felnőtt életük során. Megismerhetnek problémaelemző módszereket, megtanulhatják, hogyan lehet egy-egy döntés következményeit előre átgondolni, elemezni.

Az utóbbi években, évtizedben az írásbeli fizikaérettségin megjelentek a fentiekben említetteken kívül másféle feladatok is. A korábbi évekkel összehasonlítva már nemcsak a rövid, és sok esetben unalmas szövegű számításos feladatokat kell a diákoknak megoldaniuk, hanem feleletválasztós kérdésekre is válaszolniuk kell, továbbá különböző mérési eredményeket, grafikonokat értelmezni és/vagy készíteni, továbbá erőteljesen helyet kap a fizikatudomány története is, például az emelt szintű esszéfeladatokban.

A kötet feladatai illeszkednek ezekhez az elvárásokhoz. A számítógép alkalmazási lehetőségei közül az Excel programcsomag néhány elemének alkalmazására, elsősorban a függvényillesztések felhasználására készítettünk új feladatokat, illetve alakítottunk át régieket. Ennek fontos oka az, hogy ezzel be lehet mutatni a diákok számára azt, hogy a fizikai törvényszerűségek nem egyszerűen megtanulandó képletek, hanem függvénykapcsolatok. Több példát is bemutatunk tudományos szöveg feldolgozására. A szövegek többfélék, lehetnek tudománytörténetiek vagy a közelmúltban megjelent olyan friss hírek, amelyeknek van fizikai vonatkozásuk. Ezekhez is tartozhatnak számítást igénylő feladatok. Ilyen lehet például a történeti írásokban szereplő eredeti mérési adatok újszerű feldolgozása, ábrázolása, de jó lehetőséget kínálnak a kutatási leírások a tudományos megismerési folyamat tanulmányozására is (Nagy, Horváth & Radnóti, 2013). Ezek révén is fejleszthetők a tanulóknak a tudományos kutatás módszereire (procedurális), valamint a tudomány természetére (episztemikus) vonatkozó ismeretei. A kötettel egyben biztatni is szeretnénk a kollégákat hasonló jellegű feladatok kitalálására, történeti, illetve egyéb fizikai témájú szövegek keresésre, a régi feladatok új szemléletű átalakítására és az Excel program használatára. A javasolt feladatok jelentős részét saját gyakorlatunkban kipróbáltuk. Nemcsak a közoktatásban, hanem az első éves egyetemisták számára tartott úgynevezett felzárkóztató foglalkozásokon, melyek célja a hallgatók hiányosságainak pótlása. Tehát szintjük szerint a bemutatott feladatok középiskolainak tekinthetők.

A fizika és a matematika közti kapcsolat megértésére, annak gyakorlására kiváló eszköz a napjainkban sokrétűen alkalmazott Excel programcsomag. Ezt sok kolléga használja mérési eredmények feldolgozásához (Simon, 2014). Az ajánlott grafikonokat az informatika iránt érdeklődő, az Excelt ismerő diákok is el tudják készíteni, illetve azokat a legkülönbözőbb módon ki tudják egészíteni. Ennek célszerű teret adni. Fontos, hogy a tanulók képesek legyenek az Excelben illesztett függvény paramétereit hozzákapcsolni a fizikában tanult törvényekhez, akár a saját mérési adataikat ábrázolták, akár máshonnan származó adatokkal dolgoztak. Ezekre mutatunk konkrét példákat (a mozgások esetében az út-idő függvényből a gyorsulásra, a gravitációs törvény esetében például a bolygók keringési adataiból a központi csillag tömegére lehet következtetni). A 7–8. évfolyamra járó tanulók számára elsősorban oszlopdiagramok készítését ajánljuk, melyek segítségével különböző adatsorokat lehet látványosan megjeleníteni. A számítógép használata a diákok számára motiváló lehet. Továbbá fontos pályaorientációs feladat is azon diákok kiválasztása, akiknek ez a fajta munkamódszer tetszik, és ezért szeretnének műszaki-természettudományos területen továbbtanulni, majd dolgozni.

A matematika fontos eszköz a fizika számára, de mielőtt alkalmazzuk, különböző meggondolásokat teszünk a vizsgálandó jelenséggel kapcsolatban, milyen mennyiségekkel tudjuk azt leírni, és azok közt milyen összefüggések vannak, majd a számítások elvégzését követően vissza kell csatolni a kiindulási problémára. Ez kétszeres transzfert kíván! A probléma megértését követően átfogalmazzuk azt a matematika nyelvére, majd utána elemezni kell a kapott eredményt, hogy az reális-e, ami ismét egy transzfer, de fordított irányú. Ez egyben fontos gondolkodásfejlesztési lehetőség is.

A fentiek fontosak abból a szempontból is, hogy a diákok számára nyilvánvalóvá válik, hogy a természet leírásához, a jelenségek megértéséhez fontos módszer a kvantifikálás, adatok gyűjtése, adatsorok közti kapcsolatok keresése, adatbázisok kezelése. Az adatok, amelyeket ki kell értékelni, származhatnak saját mérésekből, de máshonnan is. Ezzel a tanulók betekintést kaphatnak napjaink empirikus kutatásmódszertanába is.

A természettudományos szemlélet alakítása szempontjából érdemes még a különböző úton nyert és használatos összefüggések főbb típusait megkülönböztetni, melyekre az adott feladatok megoldásának elemzésekor részletesebben is kitérünk.

- *Törvények:* a természetben létező jelenségek leírására alkotott modellek jellemzéséhez bevezetett fogalmakhoz rendelhető kvantitatív értékek közt függvénykapcsolatokat alkothatunk meg, például négyzetes úttörvény, gravitációs erőtörvény. Ezeknek mint modelleknek van érvényességi határuk, illetve jól körülhatárolt esetekben alkalmazhatók.
- *Félempirikus formulák:* a leíráshoz alkalmazott függvénykapcsolatot kifejező egyes tagok matematikai formájához tartozik fizikai magyarázat, de az állandók

a kísérleti adatokból származnak. Ilyen például az atommagok kötési energiájának becsléséhez használható, úgynevezett cseppmodell.

- *Empirikus formulák:* a mérési adatokra próbálunk függvényt illeszteni. Például a párolgáshő függése a hőmérséklettől. A jelenséghez természetesen tartozik kvalitatív magyarázat, jelen esetben például a részecskék energiája magasabb hőmérsékleten nagyobb, ezért kevesebb energiára van szükség az elszakadáshoz. Továbbá a kritikus hőmérséklet felé közeledve ez tart a nullához. De hogy ez éppen az 1/3-ik hatvánnyal írható le, az már nem következik elméletekből, azokból nem vezethető le.

TUDOMÁNYTÖRTÉNETI PÉLDÁK

A történeti és a kutatási szemlélet összekapcsolásaként fontosnak tartjuk a kötelező tananyag feldolgozása során azt is megmutatni, hogy miként viszonyul a természettudós egy problémához, hogyan kezdi el azt vizsgálni, miként fogalmazza meg a kérdést, milyen egyszerűsítő feltételeket vezet be, illetve milyen előzményei és hatásai vannak a kutatásának.

A tudománytörténeti vonatkozások tárgyalásának további oka, hogy a fizika érettségi követelményrendszerben is szerepelnek tudománytörténeti elemek. A dokumentumban jónéhány olyan tudós neve megtalálható, akiről a diákoknak tudni kell, hogy milyen korszakban élt, és melyek a főbb tudományos eredményei. Ahhoz, hogy ezek az ismeretek ne csak száraz, memorizálandó adatok legyenek a diákok számára, célszerű hozzájuk közelebb hozni az egyes kutatókat és felfedezéseiket, megmutatva a korszak kérdéseit, a vizsgálat módszereit, jelentőségét, fogadtatását. Erre találhatók példák a kötet 3. fejezetében.

A feldolgozandó téma szempontjából ezért célszerű megvizsgálni a felismerés korszakában felmerült

- tudományos kérdéseket, azok megközelítésmódját, különféle elképzeléseit;
- tesztelhető hipotézisek megfogalmazását, például a korábban már megismert jelenségek magyarázatai alapján, analógia révén;
- a hipotézisek alátámasztására tervezett vizsgálatokat, kísérleteket;
- végül a következtetések leírását, esetleg eredeti idézetek segítségével.

Érdemes a következőkkel is foglalkozni (Radnóti, 2009):

- A felfedezés/felismerés milyen társadalmi környezetben jött létre, milyen addig létező elméleteket, gondolkodási rendszereket, szemléletmódot váltott fel?
- Milyen előzményei voltak?
- Hogyan, milyen módszerrel történt a felfedezés?

- Mi volt az újszerűsége?
- Hogyan fogadta a tudományos közösség? Elég meggyőzőnek tartották-e?
- Milyen nehézségek merültek fel a kutatás során?
- Milyen további kutatásokat indukált, majd pedig annak következményeképp milyen változások jöttek létre a tudományban, illetve az emberiség életében?

A tudománytörténet kutatási szemléletben való feldolgozásnak számos haszna van. Közelebb hozza a diákokat egy-egy korszakhoz, személyesebbé válik számukra az adott tényszerű ismeret. Segít felismerni az összefüggéseket, összekapcsolni a történelmet és a természettudományokat. Formálja a diákok tudását, nézeteit a tudomány természetéről, működéséről, a tudományos ismeretszerzés menetéről. Valódi példákon keresztül ismerik meg, hogyan születnek a tudományos eredmények, hogyan vitatja meg azokat a szakmai közösség, és fogadja, értékeli a társadalom.

IRODALOM

Adey, P., & Csapó, B. (2012). A természettudományos gondolkodás fejlesztése és értékelése. In B. Csapó & G. Szabó (Eds.), *Tartalmi keretek a természettudomány diagnosztikus értékeléséhez* (pp. 17–58). Budapest: Nemzeti Tankönyvkiadó. http://pedagogus.edia.hu/sites/default/files/termeszettudomany_tartalmi_keretek.pdf

B. Németh, M., & Korom, E. (2012). A természettudományos műveltség és az alkalmazható tudás értékelése. In B. Csapó & G. Szabó (Eds.), *Tartalmi keretek a természettudomány diagnosztikus értékeléséhez* (pp. 59–92). Budapest: Nemzeti Tankönyvkiadó. http://pedagogus.edia.hu/sites/default/files/termeszettudomany_tartalmi_keretek.pdf

Bernal, J. D. (1977). *A fizika fejlődése Einsteinig.* Budapest: Gondolat – Kossuth Könyvkiadó.

Curie, P., & Curie, Mme P. (1898). Sur une substance nouvelle radio-active, contenue dans la pechblende. [Az uránszurokérc egyik radioaktív anyagáról.] *Comptes rendus, 127,* 175.

Csapó, B. (2002). Az új tudás képződésének eszközei: az induktív gondolkodás. In B. Csapó (Ed.), *Az iskolai tudás.* (2nd ed.) (pp. 261-290). Budapest: Osiris Kiadó. http://publicatio.bibl.u-szeged.hu/11931/1/CsBeno_Iskolai_tudas_2002.pdf

Csapó, B. (2004). Természettudományos nevelés: híd a tudomány és a nevelés között. In B. Csapó (Ed.), *Tudás és iskola* (pp. 7–28). Budapest: Műszaki Könyvkiadó. https://www.researchgate.net/publication/316253656_Tudas_es_iskola

Csapó, B., & Szabó, G. (Eds.). (2012). *Tartalmi keretek a természettudomány diagnosztikus értékeléséhez.* Budapest: Nemzeti Tankönyvkiadó. http://pedagogus.edia.hu/sites/default/files/termeszettudomany_tartalmi_keretek.pdf

Csapó, B., Korom, E., & Molnár, Gy. (Eds.). (2015). *A természettudományi tudás online diagnosztikus értékelésének tartalmi keretei.* Budapest: Oktatáskutató és Fejlesztő Intézet. http://pedagogus.edia.hu/sites/default/files/42702_termeszettudomany_teljes.pdf

Driver, R. (1983). *The Pupil as Scientist?* Philadelphia: Open University Press, Milton Keynes.

Dunbar, K., & Fugelsang, J. (2005). Scientific thinking and reasoning. In K. J. Holyoak & R. G. Morrison (Eds.), *The Cambridge handbook of thinking and reasoning* (pp. 705–725). Cambridge, New York, Melbourne, Madrid, Cape Town, Singapore, Sao Paulo: Cambridge University Press.

Galilei, G. (1638/1986). *Matematikai érvelések és bizonyítások két új tudományág, a mechanika és a mozgások köréből.* Budapest: Európa Könyvkiadó. Fordította: Dávid Gábor. Jegyzetek: Gazda István. Utószó: Vekerdi László.

Glasersfeld, E. (1995). *Radical Constructivism. A Way of Knowing and Learning.* London: The Palmer Press.

Hobson, A. (1998). Mindenki számára ‚releváns' fizika. *Fizikai Szemle, 48*(5), 177–180. http://www.epa.oszk.hu/00300/00342/00101/hobson.html

Holics, L. (1970). Feladatmegoldások és fizikai tartalom. *Fizikai Szemle, 20*(9), 275–278.

Inhelder, B., & Piaget, J. (1958). *The growth of logical thinking.* London: Routledge Kegan Paul.

Johnson-Laird, P. N. (2006). *How we reason.* Oxford: Oxford University Press.

Kind, P. M. (2013). Establishing Assessment Scales Using a Novel Disciplinary Rationale for Scientific Reasoning. *Journal of Research in Science Teaching, 50*(5), 530–560.

Klauer, K. J. (1990). A process theory of inductive reasoning tested by the teaching of domain-specific thinking strategies. *European Journal of Psychology of Education, 5*(2), 191–206.

Korom, E., & Szabó, G. (2012). A természettudomány tanításának és felmérésének diszciplináris és tantervi szempontjai. In B. Csapó & G. Szabó (Eds.), *Tartalmi keretek a természettudomány diagnosztikus értékeléséhez* (pp. 93–150). Budapest: Nemzeti Tankönyvkiadó. http://pedagogus.edia.hu/sites/default/files/termeszettudomany_tartalmi_keretek.pdf

Korom, E., (2005). *Fogalmi fejlődés és fogalmi váltás.* Budapest: Műszaki Könyvkiadó.

Korom, E., & Nagy, L. (2016a). A természettudományos gondolkodás fejlődése és fejlesztése az iskola kezdő szakaszában I. *Tanító, 54*(3), 24–27.

Korom, E., & Nagy, L. (2016b). A természettudományos gondolkodás fejlődése és fejlesztése az iskola kezdő szakaszában II.: A kutatási készségek fejlesztése. *Tanító, 54*(6), 29–32.

Korom, E., & Z. Orosz, G. (2020). A természettudományos nevelés fő kutatási irányzatai. *Magyar Tudomány, 181*(1), 34–46. https://mersz.hu/dokumentum/matud__725

Korom, E., Molnár, Gy., & Csapó, B. (2015). A természettudományi online diagnosztikus mérések tartalmi kereteinek elméleti háttere. In B. Csapó, E. Korom, & Gy. Molnár (Eds.), *A természettudományi tudás online diagnosztikus értékelésének tartalmi keretei* (pp. 13–29). Budapest: Oktatáskutató és Fejlesztő Intézet. http://pedagogus.edia.hu/sites/default/files/42702_termeszettudomany_teljes.pdf

Kuhn, D. (2002). What is scientific thinking and how does it develop? In U. Goswami (Ed.), *Handbook of childhood cognitive development* (pp. 371–393). Oxford: Blackwell.

Molnár, Gy. (2006). *Tudástranszfer és komplex problémamegoldás.* Budapest: Műszaki Kiadó.

Nagy, L. (2006). *Az analógiás gondolkodás fejlesztése.* Budapest: Műszaki Könyvkiadó.

Nagy, L. (2010). A kutatásalapú tanulás/tanítás ('inquiry-based learning/teaching', IBL) és a természettudományok tanítása. *Iskolakultúra, 20*(12), 31–51. http://epa.oszk.hu/00000/00011/00153/pdf/2010-12.pdf

Nagy, L., Korom, E., Pásztor, A., Veres, G., & B. Németh, M. (2015). A természettudományos gondolkodás online diagnosztikus értékelése. In B. Csapó, E. Korom, & Gy. Molnár (Eds.), *A természettudományi tudás online diagnosztikus értékelésének tartalmi keretei* (pp. 35–116). Budapest: Oktatáskutató és Fejlesztő Intézet. http://pedagogus.edia.hu/sites/default/files/42702_termeszettudomany_teljes.pdf

Nagy, M., Horváth, G., & Radnóti, K. (2013). Kutatási szöveg tanórai feldolgozása. *Iskolakultúra, 23*(9), 96–108. http://www.iskolakultura.hu/index.php/iskolakultura/article/view/21424/21214

Nagy-Czirok, L., & Horváth, G. (2019). Tanulók fizikával kapcsolatos tévhitei. *Fizikai Szemle, 69*(2), 63–70. https://arago.elte.hu/sites/default/files/Tevhitek_FSz.pdf

Nahalka, I. (2002a). *Hogyan alakul ki a tudás a gyerekekben? Konstruktivizmus és pedagógia.* Budapest: Nemzeti Tankönyvkiadó.

Nahalka, I. (2002b). A gyermektudomány elemei a fizikában. In K. Radnóti & I. Nahalka (Eds.), *A fizikatanítás pedagógiája* (pp. 188–206). Budapest: Nemzeti Tankönyvkiadó. http://members.iif.hu/rad8012/fizika/fizikatanitas_pedagogiaja.pdf

Nahalka, I. (2014). A természettudományos nevelés pedagógiai háttere. In K. Radnóti (Ed.), *A természettudomány tanítása. Szakmódszertani kézikönyv és tankönyv* (pp. 19–68). Szeged: Mozaik Kiadó.

Nahalka, I., & Poór, I. (2002). Problémák és feladatok megoldása a fizika tanulása során. In K. Radnóti & I. Nahalka (Eds.), *A fizikatanítás pedagógiája* (pp. 159–187). Budapest: Nemzeti Tankönyvkiadó. http://members.iif.hu/rad8012/fizika/fizikatanitas_pedagogiaja.pdf

Oktatási Hivatal (2019). PISA 2018 Összefoglaló jelentés. https://www.oktatas.hu/pub_bin/dload/kozoktatas/nemzetkozi_meresek/pisa/PISA2018_v6.pdf

Radnóti, K. (2002). A fizikatanítás tudományelméleti háttere. In K. Radnóti & I. Nahalka (Eds.), *A fizikatanítás pedagógiája* (pp. 100–118). Budapest: Nemzeti Tankönyvkiadó. http://members.iif.hu/rad8012/fizika/fizikatanitas_pedagogiaja.pdf

Radnóti, K. (2009). Galilei szerepe a mai modern világképünk kialakulásában II. *Fizikai Szemle, 59*(2), 59–64. http://www.atomcsill.elte.hu/Cikkek/FizSzle/RK_Galilei_2.pdf

Radnóti, K. (Ed.). (2014). *A természettudomány tanítása. Szakmódszertani kézikönyv és tankönyv.* Szeged: Mozaik Kiadó.

Radnóti, K. (2016). Az európai természettudomány előfutárai – az iszlám aranykor tudósa. *Fizikai Szemle, 66*(7–8), 254–265. http://www.epa.oszk.hu/00300/00342/00308/pdf/EPA00342_fizikai_szemle_2016_07-08_254-265.pdf

Radnóti, K. (2017). *Óráról órára. Fizikaórák megjegyzésekkel ellátva.* Szeged: Szegedi Tudományegyetem Bölcsészettudományi Kar, Neveléstudományi Intézet. http://edu.u-szeged.hu/ttkcs/sites/default/files/Orarol-orara-r.pdf

Radnóti, K., & Adorjánné Farkas (2013). Az iskolai természettudományos oktatás szemlélete. *Iskolakultúra, 23*(9), 49–62. http://www.iskolakultura.hu/index.php/iskolakultura/article/view/21420

Radnóti, K., & Adorjánné Farkas, M. (2015). A kutatás alapú tanulás lehetőségei a fizikaórán. *Fizikai Szemle, 65*(6), 198–204. http://fizikaiszemle.hu/archivum/fsz1506/FizSzem-201506.pdf

Radnóti, K., & Hasznosi, T. (2019). A kutatásalapú tanulás/tanítás lehetőségei a fizikaoktatásban. In A. Fehérvári & K. Széll (Eds.), *Új kutatások a neveléstudományokban / 2018. Kutatási sokszínűség, oktatási gyakorlat és együttműködések* (pp. 78–97). Budapest: ELTE PPK, L'Harmattan Kiadó.

Radnóti, K., & Hasznosi, T. (2020). A diákok mint kis tudósok. A Hőtan témakör kutatásalapú feldolgozása az általános iskolában. *Fizikai Szemle, 70*(6), 209–215.

Radnóti, K., & Nahalka, I. (Eds.). (2002). *A fizikatanítás pedagógiája.* Budapest: Nemzeti Tankönyvkiadó. http://members.iif.hu/rad8012/fizika/fizikatanitas_pedagogiaja.pdf

Radnóti, K., & Pipek, J. (2009). A fizikatanítás eredményessége a közoktatásban. *Fizikai Szemle, 59*(3), 107–113. http://fizikaiszemle.hu/archivum/fsz0903/RadnotiK_PipekJ.pdf

Radnóti, K., & Wagner, É. (1999). A természettudományos nevelés gyakorlati problémái. *Magyar Pedagógia, 99*(3), 323–342. http://digit.bibl.u-szeged.hu/00400/00415/00188/mp_1999_003_6232_323-342.pdf

Ropolyi, L., & Szegedi, P. (Eds.). (2000). *A tudományos gondolkodás története. Előadások a természettudományok és a matematika történetéből az ókortól a XIX. századig.* Budapest: ELTE. http://www.eltereader.hu/media/2014/04/A_tudomanyos_gondolkodas_tortenete_READER.pdf

Simon, P. (2014). Az Euler-féle szám vizsgálata. *Fizika Szemle, 64*(3), 90–95. http://fizikaiszemle.hu/archivum/fsz1403/SimonPeter.pdf

Tafoya E., Sunal, D., & Knecht, P. (1980). Assessing inquiry potential: a tool for curriculum decision makers. *School Science and Mathematics, 80*, 43–48.

Zimmerman, C. (2007). The development of scientific thinking skills in elementary and middle school. *Developmental Review, 27*(2), 172–223.

2. FEJEZET

ÚJSZERŰ FELADATOK ÉS FOGLALKOZÁSTERVEK A FIZIKA OKTATÁSÁHOZ

Radnóti Katalin

A mozgásfolyamatok értelmezése kapcsán a közoktatás évfolyamain lényeges pont, hogy a tanulók megértsék, a testek nem külső hatásra mozognak, hanem a külső hatás éppen a mozgásállapot megváltoztatásához kell. *Arisztotelész* fizikájában a mozgásnak mindig oka van, ha nincs mozgást fenntartó tényező, akkor a test megáll. A newtoni elvek szerint azonban a mozgás nem szűnik meg spontán módon, inerciarendszerben a magukra hagyott testek állnak, vagy egyenes vonalú, egyenletes mozgást végeznek. A két szemléletmód alapvetően különbözik egymástól, *az arisztotelészi szerint a mozgást valaminek fent kell tartania, a newtoni szerint a mozgás* ***megváltoztatásához*** *kell valamilyen hatás.* A fizikában az erő fogalma a testek közötti kölcsönhatás jellemzésére használatos, amelynek hatására megváltozik a vizsgált test mozgásállapota.

Ebben a fejezetben néhány példát mutatunk arra, hogy milyen új elemeket lehet bevinni a fizika oktatásába. Hogyan lehet az ismert kísérleteket kutatási szemléletben feldolgozni, miként lehet a függvénytáblázat adatait megjeleníteni, szemléletessé tenni, valamint eredeti, tudományos szövegekkel színesíteni a tanórákat, fejleszteni a tanulók szövegfeldolgozó képességét és a természettudományos kutatások módszereire vonatkozó tudását. Az új szemléletű feladatok elősegíthetik a fizika alapjainak megértését, példákat mutatnak a matematika- és informatikaórán tanultak alkalmazására a fizikában.

MECHANIKA, GRAVITÁCIÓ

Célkitűzés a mozgás leírásához alkalmazható alapfogalmak, mint a *sebesség és a gyorsulás* fogalmak differenciálásának elősegítése, a *gyorsulás kapcsolása az erő* fogalmához. Vagyis a diákokat általában jellemző arisztotelészi mozgásfelfogás newtonivá alakítása, a további fizikatanulást alapvetően meghatározó fogalmi váltás elérése.

Fontos, hogy a tanulók megértsék a newtoni fizika alapgondolatainak *világképi jelentőségét* is, melyek alapvetőek az egész fizika mint tudomány, és ezzel együtt a jelenlegi technikai fejlődésünk létrejöttében. Az emberiség ezáltal értette meg a mozgást. Megteremtődtek azok az alapvető fogalmak, *problémamegoldási módszerek,* melyeket a későbbi korokban a további jelenségek leírásához (pl. az elektromos és mágneses jelenségek, termodinamikai folyamatok, de ténylegesen a kvantumos jelenségek leírásához is) mintának lehetett tekinteni.

A téma feldolgozása során sokféle mozgás elemzéséhez mutatunk példákat, melyekhez grafikonokat alkalmazunk, mint hely–idő, út–idő, sebesség–idő, gyorsulás–idő, energia–hely, energia–idő stb.

FÜGGŐLEGESHAJÍTÁS-FELADATOK

A foglalkozás jellemzői

90' 9.

A foglalkozás célja, rövid leírása:
A sebesség és a gyorsulás fogalmak elkülönítése egy konkrét mozgás vizsgálata segítségével. Egy egyszerű feladathoz egyre több alkérdés megfogalmazása; a megoldás során matematikai segédeszközök alkalmazása (függvények ábrázolása, egyenletek megoldása); majd a kapott eredmények vizsgálata a fizikai realitás szempontjából.

Fejlesztett gondolkodási készségek, képességek:
arányossági gondolkodás; összehasonlítás, analógiás gondolkodás, modellalkotás

Fejlesztett további készségek:
egyszerűsítési feltételek megfogalmazása, függvények ábrázolása

Fejlesztett tartalmi tudás:
A kinematika kulcsfogalmainak (út, elmozdulás, sebesség, gyorsulás) és ezek időbeli változásának vizsgálata a mozgás során.

Eszközök:
füzet, íróeszköz, számítógép, Excel program

A sebesség és a gyorsulás, az út és az elmozdulás fogalmak elkülönítéséhez jó példa a függőleges hajítás elemzése. Nézzünk egy konkrét feladatot a *Fizikai feladatok* című gyűjteményből (Dér, Radnai, & Soós, 1986, 1.27. feladat p. 14), melyet többféle módon is kiegészítettem az évek során. Az egyes feladatrészek I. éves környezettan és a fizika BSc-re járó hallgatók zárthelyi dolgozataiban és szemináriumi foglalkozásain is szerepeltek az ún. felzárkóztató kurzuson. Az itt szerzett tapasztalataimat azért adom közre, mert *a téma középiskolai szintű.* A hallgatók tévképzetei középiskolai tanulmányaik ellenére is megmaradtak. Az alapfeladat a következő:

A Föld felszínétől 20 méter magasságban 50 $\frac{m}{s}$ kezdősebességgel fölfelé hajítunk egy testet. Milyen magasan lenne a Föld felszínétől, mekkora lenne az elmozdulása a $t = 8$ s időpontban, ha nem lenne közegellenállás? Mekkora lenne a befutott út ezen időpontig?[1]

1 A feladat részletes megoldása megtalálható: Radnóti Katalin (Ed.). (2014). *A természettudomány tanítása.* Szeged: MOZAIK Kiadó. Az itt bemutatott további kérdésekkel egységben láthatják az olvasók a bővítési lehetőségeket és a megoldásokkal kapcsolatos további meggondolásokat.

A g értékét 10 $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$-tel lehet közelíteni. Mi is ezt fogjuk tenni. Hogyan kezdjük el a feladat megoldását? A feladat szövege valójában nem túl érdekes, mely sok fizikai feladat esetében így van. De ez nem feltétlenül baj, mert így azt is meg lehet beszélni a diákokkal, hogy milyen valóságos szituációhoz köthető a feladat. Többféle szituációt ki lehet találni. Például vadászaton egy torony tetejéből nyilat lőnek ki egy madárra, de az nem talált, és így visszahullik. De lehet azt is, hogy valaki egy 7. emeleti erkélyről lő felfelé egy riasztópisztolyból.

Ezt követi az ábra készítése **(1. ábra)**, melybe célszerű beleírni a legfontosabb adatokat is. A nulla szintnek tekintsük a fellövés helyét, a torony tetejét, illetve az erkélyt!

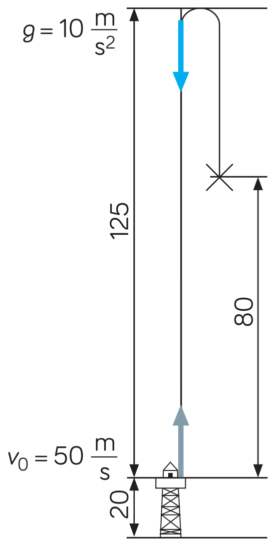
$$h = ? \quad \Delta r = ? \quad \text{és} \quad s = ?, \text{ha } t = 8 \text{ s}$$

Az *elmozdulásvektor nagyságát,* mely a kilövés helyétől mért magasság, megkapjuk, ha behelyettesítünk a megfelelő összefüggésbe:

$$|\Delta r| = v_0 \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2} = 50 \cdot 8 - 5 \cdot 64 =$$
$$= 400 - 320 = 80 \text{ m}.$$

Mivel 20 m magasból történt a hajítás, a test a Föld felszínétől $h = 100$ m magasan lesz a 8. másodperc végén.

A megtett út kiszámításához viszont tudni kell azt is, hogy ekkor még felfelé megy-e a test, vagy pedig már visszafelé jön. Ehhez meg kell gondolni azt, hogy a test vajon mennyi ideig megy felfelé? Mivel 50 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ a kezdősebesség, mely minden másodpercben 10 $\frac{\text{m}}{\text{s}}$-mal csökken, ezért felfelé csak 5 s-ig mehet a test. Tehát a 8. másodpercben már $t_{le} = 3$ s-ig lefelé esik.



1. ábra Függőlegesen felfelé hajított test

Ki kell tehát számolni, hogy milyen magasra megy a test, majd pedig 3 s alatt mennyivel kerül lejjebb a maximális magassághoz képest. Ez a második rész gyakorlatilag szabadesésnek tekinthető, hiszen a legmagasabb ponton nulla a test sebessége. A kettő összege adja a test által megtett utat. Az emelkedés magassága:

$$h_{\text{emelkedés}} = v_0 \cdot t_{\text{emelkedés}} - \frac{g \cdot t^2_{\text{emelkedés}}}{2} = 50 \cdot 5 - 5 \cdot 25 = 250 - 125 = 125 \text{ m},$$

lefelé 3 s-ig esik, a megtett út: $$s = \frac{g \cdot t^2_{le}}{2} = 5 \cdot 9 = 45 \text{ m}.$$

Tehát a test által megtett *teljes út* hossza 170 m.

A megoldás elemzésénél célszerű kitérni a feladat szövegében szereplő kitételre, miszerint a közegellenállást hanyagoljuk el a megoldás során, és ezt is tettük. De meg kell jegyezni, hogy ilyen magasságok, befutott utak esetében ez ténylegesen nem hanyagolható el. A fellőtt nyíl vagy riasztólövedék biztosan nem megy fel 125 m magasra.

A feladat jól mutatja, hogy mi a különbség az elmozdulás és a megtett út fogalmak között, de alkalmas a fizikai problémákat jellemző *függvényszerű gondolkodás* fejlesztésére is. Fontos, hogy a különböző összefüggéseket a tanulók ne egyszerűen bemagolandó, vagy a függvénytáblázatból kikeresendő képleteknek lássák. Ezért célszerű a feladat esetében ábrázolni, felrajzolni az $r(t)$ (**2. ábra**), az $s(t)$ (**3. ábra**), továbbá a $v(t)$ és $a(t)$ grafikonokat (**4. ábra**). Ehhez ki lehet számítani, hogy például minden másodperc végén hol van a test, mekkora utat tett meg addig, mekkora az elmozdulása és a pillanatnyi sebessége (**1. táblázat**). Nézzük azt az esetet, hogy a test viszszaérkezik a kiindulási helyére! Ekkor a teljes mozgás 10 s-ig tart.

Idő (s)	Hely (m)	Út (m)	Sebesség $\left(\frac{m}{s}\right)$
0	0	0	50
1	45	45	40
2	80	80	30
3	105	105	20
4	120	120	10
5	125	125	0
6	120	130	–10
7	105	145	–20
8	80	170	–30
9	45	205	–40
10	0	250	–50

1. táblázat A feldobott test mozgásának adatai

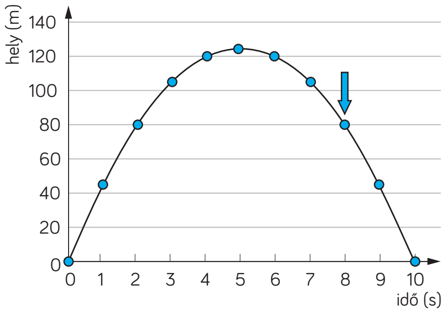
A grafikonokat célszerű egymás alá rajzolni, és az időhöz azonos léptéket használni! Így az egyes mozgásrészekhez tartozó jellemzők könnyen elemezhetők.

Az egyes pontokra függvényt lehet illeszteni, hiszen ténylegesen függvénykapcsolatról van szó. Kiszámíthattuk volna például az 1,5 s, vagy a 2,7 s időponthoz tartozó értékeket is. A feladatban csak a 8 s-hoz tartozó értékeket kellett számítani, de bármely más időpontot is meg lehet adni.

Az ábrázolt függvények a következők:

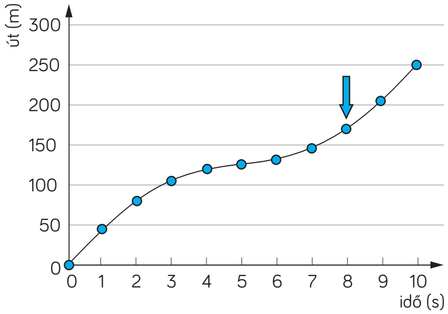
- hely–idő függvény,

  $r(t) = v_0 \cdot t - \dfrac{g \cdot t^2}{2}$, mely egy parabola egyenlete **(2. ábra)**;



2. ábra A hely–idő függvény

- út–idő függvény két félparabola **(3. ábra)**, melynek első fele azonos a hely–idő függvény parabolájával, míg a második fele $s = 125\ \text{m} + \dfrac{g \cdot t^2}{2}$, ahol a t idő helyére a vizsgált időpont és az emelkedési idő különbségét kell írni, vagyis amitől kezdve már lefelé esik a test **(3. ábra)**;



3. ábra Az út–idő függvény

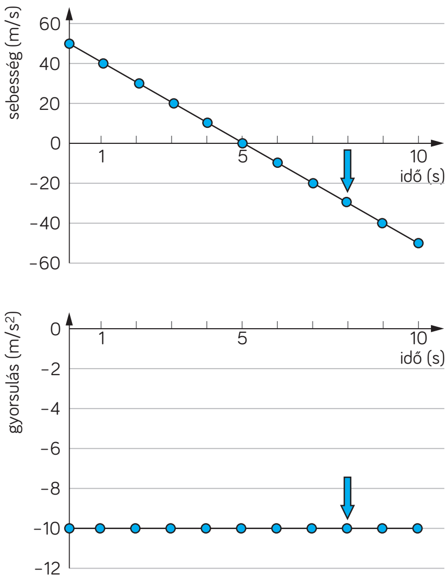
- sebesség–idő függvény,

  $v = v_0 - g \cdot t$, mely egy egyenes egyenlete.

  $50\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}}$-mal indul a test és a $v(t)$ függvénynek negatív a meredeksége, hiszen a gyorsulás iránya ellentétes a sebesség irányával. A meredekség számértéke a gyorsulás nagysága **(4. ábra)**.

- gyorsulás–idő függvény

  $a = g = -10\ \dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}$, egy konstans függvény **(4. ábra)**.



4. ábra A sebesség–idő és a gyorsulás–idő függvények

A feladat rendszeresen szerepelt az úgynevezett felzárkóztató órákon, melyeket első éves egyetemisták számára tartottam. Olyan hallgatóknak, akiknek szakjuk elvégzéséhez szükséges volt fizikai ismeret, de mégsem rendelkeztek azokkal megfelelő mértékben. Érdekes volt sok esetben látni, hogy kiszámították a parabola függvény értékeit, majd berajzolták a megfelelő pontokat és végül a pontokra mindenáron egyenest akartak illeszteni, holott négyzetes összefüggéssel számoltak!

Ennek az lehet az oka, hogy az emberek sokszor a legegyszerűbb módon igyekeznek gondolkozni, és a legegyszerűbb kapcsolat az egyenes arányosság. Ennek pedig lineáris függvény felel meg. Ez a probléma leegyszerűsítése. Továbbá gyakori, hogy a diákok a számításokban csak képletekbe való behelyettesítést látnak, semmiféle matematikai vagy fizikai tartalmat nem rendelnek hozzá. A hallgatók mintegy „bambán" számoltak, ábrázolták a pontokat, majd behúzták az egyenest.

A *v(t)* függvény ábrázolása egyik alkalommal házi feladat lett a felzárkóztató órán. A következő órán megnéztem a hallgatók füzetében az otthon elkészített grafikonokat, melyek rendkívül tanulságosak voltak. Több hallgató a sebességek abszolút értékét ábrázolta. Mivel a legfelső pont elérése után ténylegesen növekszik a sebesség nagysága, náluk az 5 s-nál lévő zérus érték után monoton növekvő egyenes szerepelt. Vagyis nem vették figyelembe azt, hogy a sebesség vektormennyiség, annak iránya is van.

Az elmozdulás és a megtett út a *v(t)* grafikon alapján is számolható. Szépen látszik, hogy a „sebességgörbe" alatti terület az 5 s-ot követően, amikor a test már lefelé esik, negatívnak adódik. Tehát az elmozdulás számításánál ezt le kell vonni az 5 s-ig számítottból. Ellenben, ha a megtett utat számítjuk ki, akkor hozzá kell adni.

Miért rajzoltuk meg az *a(t)* függvényt is?

Az *a(t)* függvény egy konstans függvény, az adatok felírásánál is szerepel, hogy értéke nem változik a mozgás során, 10 $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, és a sebességgel ellentétes irányú, amint az a feladatbeli jelenség elképzeléséhez készített ábrából is látható. Egyik alkalommal mégis feladtam házi feladatként az ábrázolását. Majd a következő órán ért a meglepetés a hallgatók füzetében található ábrákat nézegetve.

A 0–5 s közötti részben helyesen egy –10-hez rajzolt vízszintes szakaszt rajzoltak a hallgatók, de ez az 5 s-nál *előjelet váltott,* és onnan kezdve az 5–10 s közötti időközben már a +10-hez rajzolták a szakaszt. Ezt úgy magyarázták, hogy lefelé már nem lassul, hanem gyorsul a test.

A leírtak alapján többféle hiányosság is felfedezhető volt a diákok tudásában a feladat megoldása során.

- Egyrészt nem volt világos számukra a vektor fogalma: az, hogy a sebesség és a gyorsulás vektormennyiség, irányuk is van. Pedig ebben a feladatban csak egyenes vonalú mozgásról lévén szó, azt elegendő az irányokkal figyelembe venni. Nem értették rendesen a hallgatók a gyorsulás fogalmát sem, miszerint az azt jelenti, hogy a test sebessége mennyit változik 1 s alatt. Ez lehet növekedés, de csökkenés is! És ez a két vektor egymáshoz viszonyított irányától is függ. Amikor felfelé megy a test, akkor ellentétes irányúak, tehát lassul, amikor viszont már lefelé jön, akkor azonos az irány, tehát egyre nagyobb lesz a sebesség nagysága.
- Másrészt nem kapcsolódik rendesen a gyorsulás fogalma az erő fogalmához. Azt tudták a hallgatók, hogy a testre a Föld vonzásából származó erő hat, mely visszahúzza a testet, és az végig állandó nagyságú, függőlegesen lefelé mutató vektorral írható le. Ennek ellenére váltott előjelet a gyorsulás több hallgatónál.
- Sok esetben tapasztaltam, hogy a sebesség és a gyorsulás fogalmak keverednek. Több esetben rajzoltak a hallgatók *a(t)* függvényként is a *v(t)* függvényhez hasonló ábrát. Az, hogy a gyorsulás előjelet vált, szintén ennek tudható be. Hiszen a sebesség iránya változik meg.

Azt gondolom, hogy a négy függvény és azok egymáshoz való viszonyának megbeszélése fontos lehet a kinematika, de ezentúl a fizika alapfogalmainak megértéséhez is, hiszen a további fogalmak bevezetéséhez szemléleti alapot nyújtanak. Fontos továbbá a függvények matematikai kapcsolatait is megbeszélni.

- Az egyenes vonalú egyenletes mozgások út–idő grafikonjainak tárgyalásakor a gyorsabban mozgó test esetében meredekebb a grafikon. Ebben az esetben viszont változik a meredekség, mely abból adódik, hogy nem állandó a sebesség. Érdemes az elmozdulás–idő függvény néhány kiválasztott időpillanatához tartozó érintő meredekségét megnézni, berajzolni, mely a test pillanatnyi sebességéről mond információt. A mozgás elején viszonylag nagy az érintő meredeksége, majd egy közbenső pontban ez kisebb, és a legmagasabb pontban pedig nulla. Ezt követően az érintő meredeksége egyre nő, de ellenkező lesz az előjele.
- A sebesség–idő függvény az egyenes vonalú egyenletes mozgás esetében egy konstans függvény, ebben az esetben pedig nem. Értéke folyamatosan csökken, ahogy az érintő meredeksége a fenti függvény esetében, a legmagasabb pont esetében nulla, majd negatív értéket vesz fel, mivel előjelet vált. Abszolút értékben viszont egyre nagyobb lesz.

- A gyorsulás–idő függvény pedig a sebesség változásáról mond el információt. A sebesség–idő függvény meredeksége negatív, és nem változik. Tehát a gyorsulás–idő függvény konstans függvény kell legyen.

Ténylegesen azt próbáltam leírni szemléletesen, hogy ezek a függvények egymás derivált függvényei, mely sajnos nem tananyag a középiskolában.

EXCEL PROGRAM ÉS/VAGY TÁBLA, FÜZET HASZNÁLATA

A fentebb leírt feldolgozást én a táblánál csináltam meg, mind a táblázatot, mind pedig az ábrázolásokat. A hallgatók a füzetükben számoltak, többször is az azonos összefüggésekkel, és ábrázolták a függvényeket. Ez utóbbihoz kockás (négyzetrácsos) füzetet kértem, hogy könnyebb legyen a pontok ábrázolása. De így is szükséges volt átgondolni a tengelyeken a léptékeket. Ez szerintem fontos volt, hiszen például így derült az ki, hogy a négyzetes összefüggéssel kiszámított értékeket jelző pontokra is egyenest akart illeszteni néhány hallgató. Tudni kell még, hogy értékelés csak a félév végén történt. A foglalkozásokon lehetett kérdezni, és kifejezetten kértem is a hallgatókat, hogy mondják el hangosan a gondolataikat, egyáltalán nem probléma, ha az nem jó, hiszen én abból tudom meg, hogy mivel kell többet foglalkozni. A cél az volt, hogy a félév végén jó dolgozatot tudjanak írni.

A további hasonló feladatoknál azonban érdemes az Excelt használni: az ábrázolás mellett a több, azonos összefüggéssel való számításhoz az alkalmazott függvény másolásával. Sőt, kész programokat is lehet használni, amelyekbe be lehet írni a kezdeti feltételeket, és az algoritmus ezek alapján számol és ábrázol akár több függvényt is. De csak akkor, ha a diákok már teljesen tisztában vannak a fizikai tartalommal. És ehhez véleményem szerint szükséges a saját tapasztalatszerzés: a számítások önálló elvégzése és a grafikonok saját kezű megrajzolása.

Felmérések

Tapasztalataim alapján kíváncsi voltam, hogy a fentebb leírt hallgatói meggondolások mennyire jelennek meg a közoktatásból éppen kikerülő és fizika szakra felvett diákoknál, ezért a tanév elején íratott, úgynevezett kritérium dolgozatba több évben is betettem hasonló feladatot (Nagy & Radnóti, 2014a). Jelen írásban azt mutatom be, amikor a fenti alapfeladatot bővítettem ki különböző formákban.

Az alapfeladat csak kinematikai ismereteket vár el. Ezt kibővítettem dinamikaival is, hogy lássam, mennyire tudják a diákok a gyorsulás és az erő fogalmakat egymáshoz kapcsolni. Továbbá megjelennek-e egyéb tévképzetek (pl. fogalmi differenciálatlanság a sebesség és a gyorsulás esetében, arisztotelészi szemléletmód stb.).

2014 szeptemberében a következőképp adtam fel a feladatot:

A Föld felszínétől 20 méter magasságban 50 $\frac{m}{s}$ kezdősebességgel fölfelé hajítunk egy 100 g tömegű testet.

a) Milyen magasan lenne a Föld felszínétől, és mekkora lenne az elmozdulása a $t = 8$ s időpontban, ha nem lenne közegellenállás?

b) Mekkora lenne a befutott út ezen időpontig?

c) Mennyi idő múlva érkezhet a kilőtt lövedék a talajra?

d) Rajzolja fel egymás alá a mozgás hely–idő, út–idő, sebesség–idő és gyorsulás–idő grafikonjait!

Ehhez segítségként töltse ki az alábbi táblázatot!

e) Milyen közelítést alkalmaz a számolás során?

A plusz feladat egy táblázat kitöltése volt. A feladatban megadtam a felfelé hajított test tömegét azért, hogy olyan dinamikai jellegű kérdést is feltehessek, mint a testre ható erő és a test lendületének kiszámítása különböző időpillanatokban. A megoldást a **2. táblázat** mutatja.

Idő (s)	Hely (m)	Út (m)	Sebesség $\left(\frac{m}{s}\right)$	Gyorsulás $\left(\frac{m}{s^2}\right)$	Erő (N)	Lendület $\left(\frac{kg \cdot m}{s}\right)$
1	45	45	40	–10	–1	4
2	80	80	30	–10	–1	3
3	105	105	20	–10	–1	2
4	120	120	10	–10	–1	1
5	125	125	0	–10	–1	0
6	120	130	–10	–10	–1	–1
7	105	145	–20	–10	–1	–2
8	80	170	–30	–10	–1	–3
9	45	205	–40	–10	–1	–4
10	0	250	–50	–10	–1	–5
.						
.						

2. táblázat A helyesen kitöltött táblázat

Több esetben jelent meg az alábbi tévképzet a diákok dolgozataiban **(3. táblázat):**

Idő (s)	Hely (m)	Út (m)	Sebesség $\left(\frac{m}{s}\right)$	Gyorsulás $\left(\frac{m}{s^2}\right)$	Erő (N)	Lendület $\left(\frac{kg \cdot m}{s}\right)$
1				−10		
2				−10		
3				−10		
4				−10		
5			0	0	0	0
6				10		
7				10		
8				10		
9				10		
10				10		
.						
.						

3. táblázat Egy jellegzetes tévképzetet tartalmazó tanulói táblázat

Az a téves elképzelés, hogy a gyorsulás iránya megváltozik a legfelső ponton, még a fizika szakra felvett diákok esetében is megjelent! Ha a kezdősebesség irányát, vagyis a függőlegesen felfelé irányt választjuk pozitív iránynak, akkor a gyorsulás előjele végig negatív. Nem vált előjelet. Ellenben a sebesség igen, hiszen a test mozgásiránya ellentétes lesz a legfelső ponton.

A legfelső pont is érdekes. Ebben a helyzetben a test sebessége, és ezért impulzusa valóban nulla, hiszen egy pillanatra megáll a test, mielőtt visszafordul. De a gyorsulása, és így a rá ható erő nem nulla ebben a helyzetben sem! Itt a sebesség–gyorsulás, illetve az impulzus–erő fogalmak differenciálatlan volta érhető tetten a tanulók gondolkodásában.

39%-os volt a feladat megoldottsága, tehát nem tartozott a könnyű feladatok közé.

Továbbfejlesztettem, és némileg kibővítve 2017 szeptemberében a következőképp adtam fel a feladatot:

A Föld felszínétől 20 méter magasságban 50 $\frac{m}{s}$ kezdősebességgel függőlegesen fellövünk egy 100 g tömegű testet. (A közegellenállást elhanyagoljuk és $g = 10\ \frac{m}{s^2}$ -nek vehető.)

a) Mennyi idő múlva érkezhet a kilőtt lövedék vissza a kiindulási helyére?

b) Mennyi idő múlva érkezhet le a test a talajra?
Adjon előzetes becslést, majd számítsa ki és hasonlítsa össze a becslést a számítással!

c) Mikor egyezik meg a helyzeti és a mozgási energia értéke? A test helyzeti energiáját az elindítás helyétől számítsa!
Mik lehetnek ennek a pontnak (pontoknak) a hely és az időkoordinátái?
Adjon előzetes becslést, majd számítsa ki és hasonlítsa össze!

d) Rajzolja fel a mozgási energia–idő és a helyzeti energia–idő grafikonokat egyazon ábrába!

e) Rajzolja fel a mozgási energia–hely és a helyzeti energia–hely grafikonokat egyazon ábrába!

A plusz feladat ebben az esetben is egy táblázat kitöltése volt. Megadtam még a felfelé hajított test tömegét azért, hogy olyan dinamikai jellegű kérdést is feltehessek, mint a testre ható erő és a test lendületének kiszámítása különböző időpillanatokban. Ezen túl energetikai jellegű kiegészítés is szerepelt. További érdekessége a feladatnak az előzetes becslés kérése. A megoldást a **4. táblázat** mutatja.

Idő (s)	Sebesség $\left(\frac{m}{s}\right)$	Gyorsulás $\left(\frac{m}{s^2}\right)$	Hely (m)	Mozgási energia (J)	Helyzeti energia (J)
0	50	-10	0	125	0
1	40	-10	45	80	45
2	30	-10	80	45	80
3	20	-10	105	20	105
4	10	-10	120	5	120
5	0	-10	125	0	125
6	-10	-10	120	5	120
7	-20	-10	105	20	105
8	-30	-10	80	45	80
9	-40	-10	45	80	45
10	-50	-10	0	125	0

4. táblázat A helyesen kitöltött táblázat *a)* 10 s múlva érkezik vissza a kiindulási helyre.

b) A talajra 10 s-nál kicsit több idő múlva. De nem sokkal több, hiszen csak 20 méterrel kerül lejjebb, és már nagy a sebessége.

De csak ez az egy megoldás adódhat?

A hely–idő függvény másodfokú. Másodfokú egyenletet kell megoldani, tehát két megoldás lesz. Mindkét megoldás értelmes lesz fizikailag?

$$h(t) = h_0 + v_0 \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2} = 0$$

Rendezzük az egyenletet a szokásos másodfokú formára! Akár be is írhatjuk a számadatokat.

$$-5 \cdot t^2 + 50 \cdot t + 20 = 0$$

Helyettesítsünk be a megoldóképletbe!

$$t = 5 \pm 5{,}38$$

Tehát valóban két megoldás van. Az egyik 10,38 s, melyre számítottunk, és amely valóban kicsit nagyobb, mint 10 s.
A másik gyök pedig −0,38 s, negatív, melynek nincs fizikailag értelme.

c) Mikor egyezik meg a helyzeti és a mozgási energia értéke? Mik lehetnek ennek a pontnak (pontokna*k)* a hely és az időkoordinátái?

A vizsgált helyzet akkor áll fenn, ha mind a helyzeti, mind a mozgási energia értéke az összenergia felével egyezik meg. A maximális *magasságnak* éppen a felénél, hiszen a helyzeti energia egyenesen arányos a kiindulási helyzettől mérhető távolsággal, vagyis $\frac{125\ \text{m}}{2} = 62{,}5\ \text{m}$. És ez az állapot bekövetkezik mind a felfelé, mind pedig a lefelé úton. Egyenesek metszéspontjairól van szó.

Az *idő* esetében már bonyolultabb a helyzet. Mivel az út az idő négyzetével arányos, így az energia esetében is így van. Tehát parabolák metszéspontjait kell vizsgálni. Azonban egyszerűsíthetünk a helyzeten. Nézzük meg, hogy a 62,5 m-es magasságot mennyi idő alatt éri el a test! Helyettesítsünk be az út–idő függvényt leíró összefüggésbe:

$$h = v_0 \cdot t - \frac{g \cdot t^2}{2}$$

$$62{,}5 = 50 \cdot t - 5 \cdot t^2$$

Rendezve a másodfokú egyenletet:

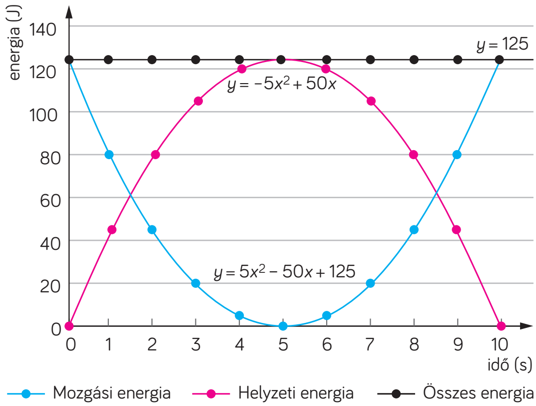
$$5 \cdot t^2 - 50 \cdot t + 62{,}5 = 0,$$

innen az időre két megoldás is adódik, 8,55 s és 1,45 s, mely mindkettő jó is, hiszen tudjuk, hogy a test felmegy, majd leesik, látjuk a grafikonról is, hogy két megoldásnak kell lenni. És mindkét idő 10 s-on belül van, ami a mozgás teljes ideje, míg a test visszaérkezik a kiindulási helyére. És az időértékek szimmetrikusak, amint maga a mozgás is, hiszen

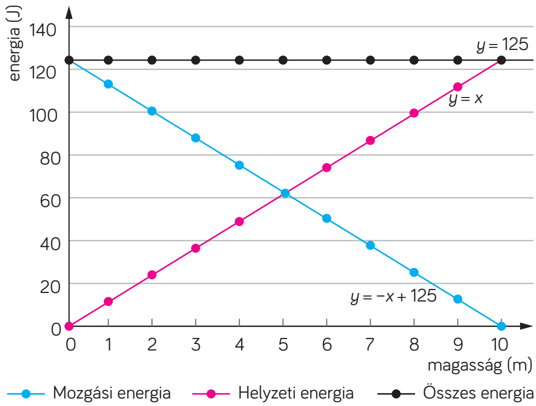
$$10 \text{ s} - 8{,}55 \text{ s} = 1{,}45 \text{ s}.$$

d) és *e)*

Idő (s)	E_{mozg} (J)	E_{pot} (J)	$E_{összes}$ (J)
0	125	0	125
1	80	45	125
2	45	80	125
3	20	105	125
4	5	120	125
5	0	125	125
6	5	120	125
7	20	105	125
8	45	80	125
9	80	45	125
10	125	0	125



Hely (m)	E_{mozg} (J)	E_{pot} (J)	$E_{összes}$ (J)
0	125	0	125
45	80	45	125
80	45	80	125
105	20	105	125
120	5	120	125
125	0	125	125
120	5	120	125
105	20	105	125
80	45	80	125
45	80	45	125
0	125	0	125



5. ábra Az energia alakulása az idő és a hely (magasság) függvényében

Az ábrázolásból látható **(5. ábra)**, hogy ugyanazok az energiaértékek másképp függnek a test helyétől, a megtett úttól és a mozgás idejétől! Az energia a magasságnak lineáris függvénye, de mivel egyenletesen gyorsuló mozgásról van szó, és az út négyzetesen függ az időtől, ennek így kell lenni az energia esetében is. Tehát az időfüggvényeknek paraboláknak kell lenniük.

Ez sokaknak sikerült is. A függvények egyenletét persze csak az Excel-ábrára tettük rá, az nem volt kérdés. De érdemes azokat is elemezni.

Néhányan nem vették figyelembe azt a kitételt, hogy *„A test helyzeti energiáját az elindítás helyétől számítsa!”* Ez okozott is némi nehézséget számukra.

A feladat céljai és a tapasztalatok

- *Annak vizsgálata, hogy a sebesség és a gyorsulás fogalma elkülönül-e rendesen a tanulók gondolkodásában.* A korábbi évek tapasztalata az volt, hogy amikor a test mozgásának iránya ellentétes lesz, vagyis a legfelső ponton, akkor a hallgatók egy része szerint megfordul a gyorsulás iránya is. Holott csak a Föld hat a testre (a közegellenállástól eltekintve), végig ugyanabban az irányban. A gyorsulás irányának változására vonatkozó tévedést ebben az évben is tapasztaltam a 70 főből 21 esetben, ami nem kevés. Néhány esetben az is előfordult, hogy a legfelső pontban, az 5 s-nál a gyorsulás értékére 0-t írtak, majd megjelent a már említett előjelváltás. A sebesség esetében 22 diák nem jelölte a sebesség irányának változását. Az előbb említett fogalmi problémák ellenére ezen hallgatók jelentős része is jól, vagy részben jól el tudta végezni a számításokat. Ez arra enged következtetni, hogy pontos fogalmi megértés hiányában, a jelenség végiggondolása nélkül, egyszerűen csak a képletekbe való behelyettesítéssel oldották meg korábban a gyakorlófeladatokat. Egyes hallgatók esetében az a tapasztalatom, hogy „megfordítják” a koordináta-rendszert is a feladat megoldása közben.
- *Függvények ábrázolása.* Ez általában rendben volt. Ebben sokat segített a kitöltött táblázat.
- *A várható eredmény becslése a mozgás lefolyása és a mozgást leíró függvények ismerete alapján.* Ez szokatlan elem egy dolgozat esetében. De ennek ellenére sok hallgató próbálkozott, nem is eredménytelenül.

  Többen helyesen átgondolták, hogy a test a talaj felé haladva a kiindulási helyre 10 s elteltével 50 $\frac{m}{s}$ -mal érkezik vissza. Így ahhoz, hogy még 20 m-t megtegyen 10 $\frac{m}{s^2}$ -tel gyorsulva, nagyon kevés idő szükséges. Tehát az összes idő 10 s-nál kicsit nagyobb lesz. Az időre két megoldás adódott, és mivel a másik negatív volt, az nem volt megfelelő a feladat szempontjából, amire sokan utaltak is.

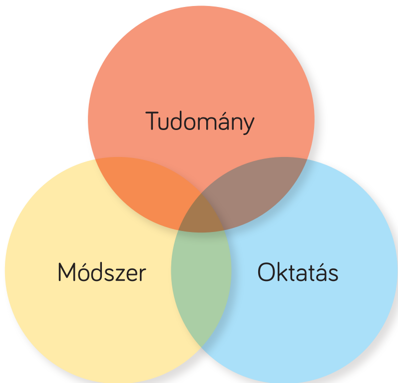
A másik esetben is megfelelően átgondolták, hogy két megoldásnak kell lennie. Ebben segített a grafikon is, és az, hogy az idők 1,5 s és 8,5 s körül lesznek. Volt, aki azt is jól átgondolta, hogy mivel 5 s-ig megy fel a test, és lassul, tehát az időnek 2,5 s-nál kevesebbnek kell lennie.

Érdekes volt ebben az esetben, hogy az sokaknak nem volt egyértelmű, hogy a hely a maximális magasság fele kell, hogy legyen. Többen bonyolult módon végül ki is számolták. Illetve voltak, akik csak az egyik időértéket számolták ki.

A feladat megoldottsága 60%-os volt. De tudni kell, hogy ebben az évben már szükséges volt a fizikaérettségi a felvételhez. Tökéletes megoldást mindössze 4 hallgató adott a 70 főből.

GALILEI, A MECHANIKA ATYJA

Galilei szerepe meghatározó *a fizika mint tudomány kialakulása* szempontjából, és a *tudományos módszer* kialakulásánál is hivatkoztunk rá. De ténylegesen a *fizika oktatása* is sokat köszönhet neki **(6. ábra)**. Könyveiben lépésről lépésre vezeti az olvasót, a mai terminológiával élve, az úgynevezett kérdve kifejtő és felfedeztető módszert alkalmazta. Mind a *Dialogo* (Galilei,1632/1983), mind a *Discorsi* (1638/1986) című művében három ember beszélget négy napon keresztül.



6. ábra Galilei szerepe a fizika oktatásában

A történeti szemlélet oktatási folyamatba történő beépítési lehetőségére mutatok példát a következő foglalkozástervekkel.

Az alábbi idézetek Galilei *Discorsi* című – az első fizikatankönyvnek tekinthető – könyvéből származnak, melyet élete vége felé, a per utáni házi őrizetben írt. Két idézetet mutatok be a könyvből, abban a sorrendben, ahogy abban megtalálhatók.

A Galilei eredeti szövegrészleteihez tartozó feladatok alkalmasak a kutatásalapú tanuláshoz, a kutatási képességek fejlesztésére.

Mindezen tevékenységek elősegítik a diákok természettudományos szemléletmódjának alakulását is, miszerint a természet megismeréséhez szükséges a tények, adatok gyűjtése, azok rendszerbe foglalása, a jelenségek ok-okozati elemzése. Ehhez a napjainkban már elterjedt matematikai eszközök alkalmazása komoly segítséget nyújt, amit most kiegészíthetünk az informatikával.

A foglalkozás jellemzői

45' 9.

A foglalkozás célja, rövid leírása:
Galilei életművének megismerése, a tőle vett eredeti idézetek értelmezése. Az egyes részek önmagukban is kezelhetők, de differenciált csoportmunkában is feldolgozható néhány, de akár az összes idézet.

Fejlesztett gondolkodási készségek, képességek:
összehasonlítás, analógiás gondolkodás, arányossági gondolkodás, modellalkotás, kutatási készségek

Fejlesztett további készségek:
szövegértés, megmaradási tételek alkalmazása, egyszerűsítési feltételek megfogalmazása

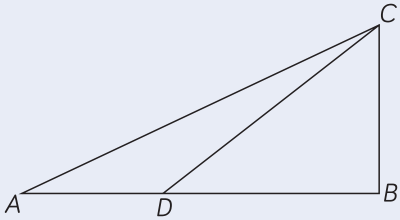
Fejlesztett tartalmi tudás:
A mechanika kulcsfogalmainak (sebesség, gyorsulás, energia) áttekintése.

Fejlesztett episztemikus tudás:
A természet megismeréséhez szükséges az adatok gyűjtése, azok rendszerbe foglalása, a jelenségek ok-okozati elemzése. Ehhez napjainkban komoly segítséget nyújt a matematikai eszközök alkalmazása.

Eszközök:
sokszorosított szövegek, füzet, íróeszköz, számítógép

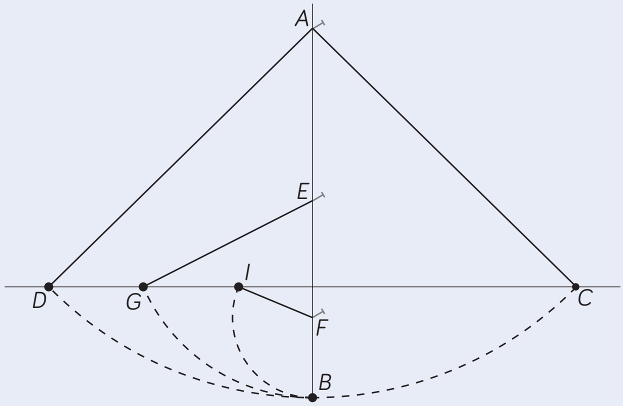
A MECHANIKAI ENERGIA MEGMARADÁSA

„Ha egy és ugyanazon test különböző hajlásszögű síkokon mozog lefelé, valahányszor a síkok magassága egyenlő, az általa szerzett sebességek is egyenlőek."
„A ferde sík magasságán azt a merőleges szakaszt értjük, amelyet a sík legfelső pontjától a sík legalsó pontján áthaladó vízszintes síkra bocsátunk: a jobb érthetőség kedvéért legyen az *AB* szakasz a vízszintessel párhuzamos, és jelöljön *CA*, *CD* két ferde síkot, ekkor a *BA* vízszintesre merőleges *CB* szakaszt nevezi a Szerző a *CA* és *CD* síkok magasságának, és feltételezi, hogy ha egy és ugyanazon test a *CA*, illetve a *CD* ferde síkok mentén gurul le, az *A* és *D* pontban mérhető sebességük egyen-



6. ábra Különböző hajlásszögű lejtők lő, mivel a síkokhoz *tartozó magasság ugyanaz a CB; sőt, értelemszerűen következik, hogy ugyanazon test C* pontból szabadon esve is ugyanilyen sebességgel rendelkezne a *B* végpontban." **(6. ábra)** (Galilei, 1638/1986, p. 186)

„…szeretném egy kísérlettel annyira hihetővé tenni, hogy szinte egyenértékű legyen egy tökéletesen szigorú bizonyítással. Képzeljük el, hogy ez a papírlap egy függőleges fal, amelybe szöget verünk, s a szögre két-három öl hosszú, vékony fonállal egy-két font súlyú ólomgolyót függesztünk úgy, hogy körülbelül kétujjnyira lógjon a faltól függőlegesen, és jelöljük meg a falon az *AB*-re merőleges, vízszintes *DC* szakaszt."



7. ábra Fonálinga

„…mozdítsuk el a fonalat és a golyót az *AC* helyzetbe, majd engedjük el: a *CBD* ív mentén fog mozogni, és megfigyelhetjük, hogy a *B* ponton áthaladva a *BD* íven folytatja mozgását, és csaknem a *CD* szakaszig eljut, csak egy egészen kicsiny köz hiányzik, és csupán azért nem éri el pontosan, mert a levegő és a szál akadályozza, joggal következtethetünk tehát arra, hogy az az impetus, amelyet a golyó a *CB* ív mentén mozogva a *B* pontig szerzett éppen elég ahhoz, hogy a *BD* ív mentén ugyanolyan magasra felmenjen. Több ízben ismételjük meg a kísérletet, majd verjünk a falba az *AB* függőleges vonalába egy szöget, például *E*-be vagy *F*-be úgy, hogy öt-hat ujjnyira kiálljon, azért, hogy midőn az *AC* fonalon lévő *C* golyó a *CB* ív mentén mozogva eléri a *B* pontot, a szál ütközzön az *E*-ben lévő szögnek, és a mozgás az *E* középpontú *BG* körív mentén folytatódjon: meg fogjuk látni, mire képes az impetus, amely eddig a *B* pontból a *BD* ív mentén a *CD* vízszintesig vitte a golyót. Nos, uraim, legnagyobb örömünkre azt fogják tapasztalni, hogy a golyó a vízszintes szakaszon lévő *G* pontig emelkedik fel, és ugyanez történik akkor is, ha az akadályt alacsonyabbra, mondjuk az *F* pontba helyezzük: ekkor a golyó a *BI* ív mentén mozog, és megint pontosan a *CD* vízszintesig emelkedik; ha pedig a szög olyan alacsonyan van, hogy a szál alatta lévő része nem ér fel a *CD* magasságig (ami akkor fordulhat elő, ha a szög közelebb van a *B* ponthoz, mint az *AB* és *CD* szakaszok metszéspontjához), akkor a fonál a szög köré csavarodik." **(7. ábra)** (Galilei, 1638/1986, p. 188)

Lehetséges tanulói feladatok

- Olvassátok el az alábbi szöveget, majd próbáljátok meg belátni GALILEI állítását!
- Végezzétek el a GALILEI által leírt kísérleteket!
- Milyen módokon tudjátok bizonyítani az állítást a napjainkban alkalmazott matematikai jelölésekkel és GALILEI idejében még ismeretlen fogalmakkal? Miért jó GALILEI hasonlata?

Megoldás

Tehát azt kell megmutatni, hogy a legalsó pontban elért végsebesség csak a golyó *h* indítási magasságától függ.

- A megfogalmazottakat a mechanikai energia megmaradása első megnyilvánulásaként is fel lehet fogni, amelyet mai jelöléseinkkel így írunk: $m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m \cdot v^2$. Ebből a sebesség a lejtők alján, illetve az inga legalsó helyzetében, amennyiben az ingatest *h* magasságból indult:

  $$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}.$$

  GALILEI ezt nem tudta így felírni, sőt még elmagyarázni sem, hiszen még az ehhez szükséges fogalmak sem léteztek. De nagyon jól ráérzett, hogy a két, látszólag teljesen különböző jelenség között mi lehet a hasonlóság.

- Dinamikai úton is megkaphatjuk ezt az összefüggést.

  A lejtő hossza, melyen a test legurul, kifejezhető a lejtő magasságából: $s = \frac{h}{\sin\alpha}$.

  $s = \frac{a \cdot t^2}{2}$ és $v = at$, amiből $t = \frac{v}{a}$. Ezt az előbbibe beírva $s = \frac{v^2}{2a}$, ahonnan $v^2 = 2as$.

  GALILEI csak eddig tudott eljutni!

  A test gyorsulása: $a = g \cdot \sin\alpha$, melyeket beírva $v^2 = 2 \cdot g \cdot h$, vagyis az előbbi összefüggés adódik.

A LEJTŐS KÍSÉRLETEK LEÍRÁSA

A szabadesés törvényszerűségei GALILEI színrelépése előtt már közel egy évszázada foglalkoztatták a tudósokat. Sok problémát okozott, hogy vajon a sebesség egyenletes változása az *idő* vagy pedig a *hely* függvényében értendő-e. Általában ez utóbbi elképzelést tartották valószínűnek, sokáig GALILEI is ebben gondolkodott. Majd későbbi *hipotézise* szerint mégis az idő függvényében változik a sebesség a szabadesés során, melyet már megpróbált a *Dialogo* című munkájában is megfogalmazni. Ez egy nagyon komoly szemléletváltás volt GALILEI részéről, mely valószínűleg több évig, évtizedig tarthatott. A témával kapcsolatos első kísérleteit, méréseit, melyekről feljegyzéseket készített, még az 1600 körüli években végezte padovai tanársága alatt. Ekkor találta ki, hogy *a lejtőn való mozgás jellege hasonló lehet a szabadeséshez. Minél inkább növeljük a lejtő hajlásszögét, annál nagyobb lesz a test gyorsulása, végül 90°-nál éppen szabadeséssel mozog.* A *Discorsi* írása alatt ezeket a több évtizeddel korábbi jegyzeteit használta, és próbálta megérteni a mozgást, a kapott eredményeket.

„Kerestünk egy körülbelül tizenkét rőf hosszú, fél rőf széles, háromujjnyi vastag lécet, illetve deszkát, hosszában (az éle mentén) rendkívül egyenes, ujjnyi széles csatornát vájtunk, gondosan megtisztítottuk és megcsiszoltuk, majd a lehető legfinomabb, tökéletesen sima pergament enyveztünk bele; a csatornában pedig egy tökéletesen gömb alakú és sima bronzgolyót gurítottunk le. A léc egyik végét rögzítettük, a másikat pedig tetszésünk szerint egy- vagy kétrőfnyire a vízszintes fölé emeltük, és, mint említettem, hagytuk, hogy a golyó végigguruljon a csatornában; gondosan megmértük a teljes mozgáshoz szükséges időt (mindjárt megmondom, hogyan); a kísérletet számtalanszor megismételve meggyőződtünk róla, hogy a futási idők soha, még a pulzusütés tizedrészével sem térnek el egymástól. Miután a kísérletet sokszor elvégeztük, és az eredmény mindig ugyanaz volt, úgy intéztük, hogy a golyó csupán a csatorna negyedrészén gurulhasson le; ismét megmértük a mozgáshoz szükséges időt, és megállapítottuk, hogy a lehető legpontosabban fele az előzőnek.

A kísérletet különböző részutakkal is elvégeztük, a teljes út megtételéhez szükséges időt előbb a fél, majd a kétharmad és a háromnegyed úthoz szükséges idővel hasonlítottuk össze, valamint más osztásokkal is; a méréseket legalább százszor megismételtük, és mindig az volt az eredmény, hogy a megtett utak úgy aránylanak egymáshoz, mint idők négyzetei, és ez igaz, akárhogyan rögzítjük is a sík, illetve a csatorna (ahol a golyó legurul) vízszintessel bezárt szögét; sőt azt is alkalmunk volt megfigyelni, hogy különböző hajlásszögek esetén a mozgáshoz szükséges idők pontosan úgy aránylanak egymáshoz, mint azt a Szerző egy későbbi tételében állítja és bizonyítja.

Az időt pedig a következő módszerrel mértük: felakasztottunk egy nagy, vízzel teli dézsát, amelyből a fenekébe illesztett csövecskéken keresztül vékony sugárban csordogált a víz; a kicsorgó vizet poharakban fogtuk fel mindaddig, amíg a vizsgált mozgás (a teljes csatorna vagy annak egy része mentén) tartott; az így összegyűjtött vizeket időről időre megmértük egy rendkívül pontos mérlegen, súlyaik különbségei és arányai megadták az időkülönbségeket és -arányokat, éspedig, mint említettem, olyan pontosan, hogy sok-sok mérés eredménye között nem volt lényeges eltérés.” (Galilei, 1638/1986, p. 196)

Megjegyzés: A rőf az eredeti szövegben „braccio", egy korabeli toszkán hosszúság-egység, mely körülbelül 60 cm-nek felel meg.

A Galieli-féle lejtős kísérletet egy kutatás keretében megismételték egy firenzei középiskolában tanulókísérlet formájában (Straulino, 2008). A tanulók az eredeti szöveget tanulmányozták, ami nem volt különösebben nehéz, hiszen olaszul íródott (ráadásul toszkán dialektusban, amely egyben a hivatalos olasz nyelv is napjainkban). Ellenben nagyon fontos tudománytörténeti bevezető volt, mivel a tanulók a valóságban is látták, hogy Galilei milyen kérdésre kereste a választ a kísérlet során. Sok esetben „misztikus" a tanulók számára, hogy mit miért tanulnak, és egy kísérlet milyen kérdésre is adott választ, mit honnan is tudunk.

A méréshez egy hasonló lejtőt készítettek, amely 3,2 méter hosszú volt. Az időméréshez bürettát használtak, melyet 0,1 ml-es pontossággal olvastak le. Egy-egy mérés esetében 3–7 ml vízfogyást mértek. Minden távolságon 30 mérést végeztek, a mért értékeket hisztogramon ábrázolták, majd átlag- és hibaszámítást is végeztek. Végül ábrázolták a megtett utat az időnégyzet (vízfogyás ml-ben és ennek a négyzete) függvényében, melyre egyenest kaptak (Straulino, 2008).

Feladatok

Az alábbi kérdéseket tehetjük fel a diákok számára az idézettel kapcsolatban:

- Milyen volt Galilei kísérleti „berendezése"? (Rajzot is készíthettek, kutakodhattok az interneten.)
- Hogyan érte el Galilei, hogy minél kisebb legyen a súrlódás?
- Mi lehetett Galilei hipotézise, mielőtt a részutak nagyságát meghatározta?
- Hogyan mérte az időt Galilei?
- Hogyan változtatta Galilei kísérleti berendezését a mérés során? Milyen tényezőket változtatott?
- Milyen méréssorozatokat végzett el Galilei?
  - Foglaljátok táblázatba Galilei lehetséges mérési eredményeit a szöveg alapján!
  - Végezzetek el ti is hasonló méréseket!
- Mi volt Galilei tapasztalata? Milyen következtetésre jutott?

Megoldás

Lehetséges válaszok a kérdésekre a szövegből:

- Milyen volt Galilei kísérleti „berendezése”? (Rajzot is készíthettek, kutakodhattok az interneten.)
  „Kerestünk egy körülbelül tizenkét rőf hosszú, fél rőf széles, háromujjnyi vastag lécet, illetve deszkát […]. A léc egyik végét rögzítettük, a másikat pedig tetszésünk szerint egy- vagy kétrőfnyire a vízszintes fölé emeltük, és, mint említettem, hagytuk, hogy a golyó végiggurulјon a csatornában.”
- Hogyan érte el Galilei, hogy minél kisebb legyen a súrlódás?
  A lejtőként alkalmazott léc „…hosszában (az éle mentén) rendkívül egyenes, ujjnyi széles csatornát vájtunk, gondosan megtisztítottuk és megcsiszoltuk, majd a lehető legfinomabb, tökéletesen sima pergament enyveztünk bele; a csatornában pedig egy tökéletesen gömb alakú és sima bronzgolyót gurítottunk le.”
- Milyen hipotézise lehetett Galileinek, mielőtt a részutak nagyságát meghatározta?
  Könyvében a négyzetes úttörvény kísérleti igazolásaként írta le ezt az idézetet. De a kísérleteket évtizedekkel korábban végezte el.
  A fennmaradt jegyzetek szerint először a korszak elképzelésének megfelelően ő is arra gondolt, hogy a lejtőn elért sebesség a megtett úttal egyenesen arányos. De később már úgy látta, hogy annak a gyökével arányos.
- Hogyan mérte az időt Galilei?
  „Az időt pedig a következő módszerrel mértük: felakasztottunk egy nagy, vízzel teli dézsát, amelyből a fenekébe illesztett csövecskéken keresztül vékony sugárban csordogált a víz; a kicsorgó vizet poharakban fogtuk fel mindaddig, amíg a vizsgált mozgás (a teljes csatorna vagy annak egy része mentén) tartott; az így összegyűjtött vizeket időről időre megmértük egy rendkívül pontos mérlegen, súlyaik különbségei és arányai megadták az időkülönbségeket és -arányokat.”
- Hogyan változtatta Galilei kísérleti berendezését a mérés során? Milyen tényezőket változtatott?
  „…különböző hajlásszögek esetén a mozgáshoz szükséges idők…”
  - A mérés során különböző hosszúságú utak befutásához szükséges időket mért.
  - A méréssorozatot különböző hajlásszögek esetében is elvégezte.
- Milyen méréssorozatokat végzett el Galilei?
  - Foglaljátok táblázatba Galilei lehetséges mérési eredményeit, amelyek és ahogy azok a szövegből kiolvashatók!

„...a teljes út megtételéhez szükséges időt előbb a fél, majd a kétharmad és a háromnegyed úthoz szükséges idővel hasonlítottuk össze, valamint más osztásokkal is; ...”
Változtatta: „...a csatorna (ahol a golyó legurul) vízszintessel bezárt szögét,...”
Például az alábbi lehet a mérési táblázat, melyhez hasonlót kell a különböző hajlásszögek esetében kitölteni **(5. táblázat)**:

Mérni ténylegesen az időket kellett, melyeket a 2. sorba írhatott be Galilei, hiszen a távolságokat és a lejtő hajlásszögét előre beállította.

Út	s	$\frac{s}{2}$	$\frac{s}{3}$	$\frac{s}{4}$	$\frac{3s}{4}$	$\frac{2s}{3}$	...
Idő							
Az idő négyzete							
$\frac{s}{t^2}$							

5. táblázat A lejtős kísérlet adatai

- Mi volt Galilei tapasztalata?
  „...úgy intéztük, hogy a golyó csupán a csatorna negyedrészén gurulhasson le; ismét megmértük a mozgáshoz szükséges időt, és megállapítottuk, hogy a lehető legpontosabban fele az előzőnek...”
- Milyen következtetésre jutott Galilei?
  „...a megtett utak úgy aránylanak egymáshoz, mint idők négyzetei.”

A következőben bemutatok egy lehetséges méréssorozatot, és annak részletes kiértékelését. A táblázat a következő adatokat és számított mennyiségeket tartalmazhatja **(6. táblázat)**:

Idő (önkényes egységekben)	1	2	3	4	5
Időegység alatt megtett út önkényes egységekben (páratlan számok)	1	3	5	7	9
Összes út (négyzetszámok)	1	4	9	16	25
Átlagsebességek (összes út / összes idő)	1	2	3	4	5
Pillanatnyi sebességek	2	4	6	8	10
Gyorsulás	2	2	2	2	2

6. táblázat A lejtős kísérlet lehetséges adatai

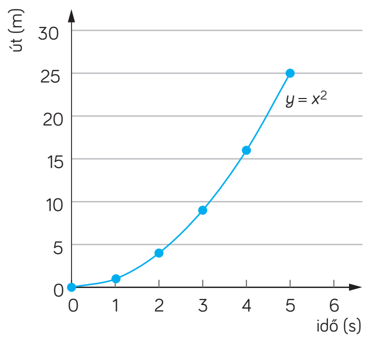
A mért értékek az időadatok vagy a távolságadatok. Például metronóm hangjára jelöljük be a megtett utakat. Vagy előre kijelölünk utakat (esetleg többfélét, majd meggondolások alapján éppen a négyzetszámoknak megfelelő hosszúságúakat), és az azok megtételéhez szükséges időket mérjük. A sebességek és a gyorsulások számítások eredményei.

Mivel a sebesség egyenletesen növekszik az idő függvényében, az időtartamok végén a pillanatnyi sebességek az átlagsebességek kétszeresei. A gyorsulás pedig a pillanatnyi sebességek megváltozása.

Az adatsorokat felhasználva az Excel program segítségével többféle grafikon is elkészíthető. Érdemes függvényt is illeszteni az ábrázolt pontokhoz. Az Excel a függvényillesztés esetében a matematikában megszokott y és x betűjelekkel írja ki a függvény egyenletét. Ezért minden esetben meg kell beszélni, hogy azok mit jelentenek, mely fizikai mennyiségnek felelnek meg. Ez nagyon fontos lépés abban, hogy a diákok lássák a *kapcsolatot a matematikában tanultak és azoknak a fizikában való alkalmazása között.* A fizikában mindig konkrét fizikai mennyiségekről van szó (út, idő, sebesség, gyorsulás), azok megfelelő értékeit jelenítjük meg a grafikonon, és ezeknek a mennyiségeknek külön betűjelük is van.

Mivel a fent vázolt mérés során önkényes egységeket alkalmaztunk, a mértékegységekkel most nem foglalkozunk, ez a későbbiekben kerül majd elő.

Az ábrázolást az út–idő függvény felrajzolásával érdemes kezdeni, és a kapott ábrát érdemes összehasonlítani az egyenes vonalú egyenletes mozgás út–idő függvényével. (A függvény felvételekor a 0 időpillanathoz tartozó 0 utat is hozzárendeltem.) Míg ez utóbbi esetben a mérési pontokra egyenes fektethető, addig itt ez nem lehetséges **(8. ábra)**.



8. ábra Út–idő függvény

Az illesztett függvény egyenlete: $y = x^2$.

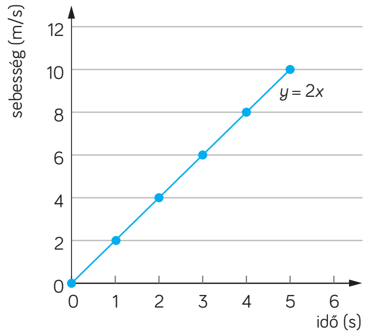
Ezt kell összehasonlítani a nulla kezdősebességgel induló, egyenes vonalú egyenletesen változó mozgás esetében tanult $s = \dfrac{a \cdot t^2}{2}$ összefüggéssel ebben a konkrét esetben. Az y-nak az út (jele s), míg az x-nek az idő (jele t) felel meg.

És hol van a gyorsulás? Ezt azért nem látjuk, mivel a táblázat alapján a gyorsulás, az a mérőszáma 2, melynek a fele 1, és az 1-et, mint szorzótényezőt nem szokás kiírni.

A következő grafikon a pillanatnyi sebesség–idő függvény (**9. ábra**). (A függvény felvételekor a 0 időpillanathoz tartozó 0 kezdősebességet is hozzárendeltem.)

Az illesztett függvény egyenlete: $y = 2x$. Ezt kell összehasonlítani a nulla kezdősebességgel induló, egyenes vonalú egyenletesen változó mozgás esetében tanult $v = at$ összefüggéssel ebben a konkrét esetben. Az y-nak a sebesség (jele v), míg az x-nek az idő (jele t) felel meg, ahogy az út–idő függvény esetében is.

Mit jelent a 2-es szorzó? Ez természetesen a gyorsulás számértéke. A gyorsulás–idő függvény képe egy konstans függvény, mely ábrázolásától eltekintettem, de természetesen ezt is meg kell beszélni a diákokkal.



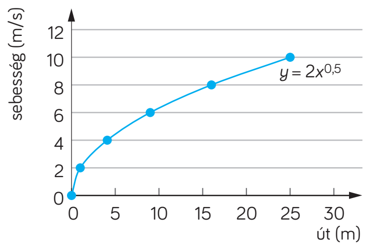
9. ábra A pillanatnyi sebesség az **idő** függvényében

Milyen függvényt lehetne még elkészíteni a táblázatban található adatok alapján? Nemcsak az idő, hanem a megtett út függvényében is lehet ábrázolni például a pillanatnyi sebességeket (**10. ábra**). (A függvény felvételekor a 0 kezdősebességet is hozzárendeltem, de a helyhez tartozó 0 értéket a program nem tudja kezelni.)

Az illesztett függvény egyenlete: $y = 2x^{0,5}$.

Ez elég érdekes függvény. Az y-nak a sebesség (jele v), míg az x-nek a megtett út (jele s) felel meg. Mit jelent a 0,5 hatvány? Ez a gyökfüggvény, vagyis ezek szerint a sebesség az út gyökös függvénye.

Mit jelent a 2 érték? Végezzünk el néhány átalakítást az egyenes vonalú egyenletesen változó mozgás összefüggéseivel!



10. ábra A pillanatnyi sebesség az **út** függvényében

$s = \frac{a \cdot t^2}{2}$ és $v = at$, amelyből $t = \frac{v}{a}$, melyet előbbibe beírva $s = \frac{v^2}{2a}$, ahonnan $v^2 = 2as$, melyből: $v = \sqrt{2as}$. A $2a$, a gyorsulás kétszerese lehet a 2-es szorzó, hiszen $2 \cdot 2 = 4$, melynek gyöke ténylegesen 2.

EJTÉSI „KÍSÉRLETEK” EXCELBEN

A foglalkozás jellemzői

90' 9., 11.

A foglalkozás célja, rövid leírása:
Különböző nagyságú és anyagú, gömb alakú testek mozgásának tanulmányozása a mozgásegyenlet közelítő megoldásával.

Fejlesztett gondolkodási készségek, képességek:
összehasonlítás, modellalkotás, arányossági gondolkodás, analógiás gondolkodás, matematika- és informatikatudás transzferálása a fizikai problémák megoldásához, kutatási készségek

Fejlesztett további készségek:
az Excel program használata, függvénykapcsolatok ábrázolása, egyszerűsítési feltételek megfogalmazása

Fejlesztett tartalmi tudás:
közegellenállás, mozgásegyenlet, gyorsulás–idő függvény, sebesség–idő függvény, út–idő függvények

Eszközök:
füzet, íróeszköz, számítógép

A szabadesés törvényszerűségei Galilei színre lépése előtt már közel egy évszázada foglalkoztatták a tudósokat. Mondhatni, a *korszak fő tudományos problémája volt.* Az arisztotelészi elképzelés szerint a nagyobb tömegű testek gyorsabban esnek. Tehát a 10-szer nagyobb tömegű test 10-szer gyorsabban, vagyis tizedanynyi idő alatt érne földet. A 16. században azonban ezt a tételt már többen kétségbe vonták. Simon Stevin (1548–1620) németalföldi tudós 1586-ban megjelent könyvében már leírt egy szabadeséses kísérletet, melyet Simonyi Károly könyvéből idézünk (Simonyi 1978. p. 176).

> „Vegyünk két ólomgolyót (mint azt a felettébb tudós és a Természet titkait legserényebben kutató Jan Cornets de Groot úr, valamint jómagam tettük), amely ólomgolyók közül az egyik tízszer nagyobb és súlyosabb, mint a másik, és ejtsük le őket egyszerre 30 láb magasból egy deszkára vagy bármire, amin jól kivehető hangot adnak. Azt fogjuk találni…, hogy annyira egyidejűleg esnek a deszkára, hogy a két hang egynek és ugyanannak tűnik. Úgy találjuk, hogy akkor is ez történik, ha a két egyforma nagy golyóval kísérletezünk, amelyek súlya azonban úgy aránylik, mint egy a tízhez.”

Galilei vizsgálta a különböző sűrűségű testek különféle közegekben végzett mozgásait, majd ezekből általánosítva, szinte *szabályos határátmenettel* eljutott ahhoz az alapvető tételhez, hogy a vákuumban minden testnek, sűrűségétől és alakjától függetlenül egyforma gyorsulással kell esnie. A pisai ferde toronyból végzett ejtési kísérletekre viszont tőle nem találunk utalást.

HOGYAN ESNEK A TESTEK LEVEGŐBEN?

A levegőben elengedett golyókra három erő hat: a nehézségi erő, a felhajtóerő és a közegellenállási erő. A mozgásegyenlet tehát a következőképp néz ki:

$$ma = mg - F_{\text{felhajtó}} - F_{\text{közeg}}.$$

Fejtsük ezt ki!

$$ma = mg - \rho_{\text{lev}} V g - \frac{CA\rho_{\text{lev}} v^2}{2} .$$

Fejezzük ki a gyorsulást, vagyis osszunk a tömeggel:

$$a = g - \frac{\rho_{\text{lev}} V g}{m} - \frac{CA\rho_{\text{lev}} v^2}{2m} .$$

Gömb alakú tárgy esetében az A homlokfelület a kör területe. A $C = 0{,}45$ a golyó légellenállási tényezője.

A felhajtóerő csak a mozgás kezdeti szakaszában érdekes, majd elhanyagolható a közegellenállási erő mellett, mely a sebesség négyzetével arányosan növekszik. Erről néhány konkrét eset kiszámításával érdemes is meggyőződni. Mivel konstans, lehet úgy számolni, hogy az Excel programban a g helyére a sárga mezőbe a g-nek a felhajtóerő által okozott gyorsulással csökkentett értéket írják be a tanulók.

De el is hanyagolhatják a tanulók a felhajtóerőt, és akkor a

$$a = g - \frac{CA\rho_{\text{lev}}}{2m} v^2$$

Ezzel az összefüggéssel számol a leíráshoz mellékelt Excel program.[2]

Mivel gömb alakú testekről lesz szó, ezért a homlokfelületet az R sugarú gömb esetében a πR^2 összefüggéssel számolhatjuk ki. A tömeg a gömb térfogata és sűrűsége segítségével fejezhető ki. Írjuk be ezeket is, és jelöljük B-vel!

---

2 A feladathoz tartozó Excel-adatbázis az MTA-SZTE Természettudomány Tanítása Kutatócsoport honlapjáról tölthető le: http://edu.u-szeged.hu/ttkcs/

$$B=\frac{CA\rho_{\text{közeg}}}{2m}=\frac{C\rho_{\text{közeg}}\pi R^2}{2\frac{4\pi}{3}R^3\rho_{\text{test}}}=\frac{3C\rho_{\text{közeg}}}{8R\rho_{\text{test}}}=0{,}16875\frac{\rho_{\text{közeg}}}{R\rho_{\text{test}}}$$

tehát

$$a=g-0{,}16875\frac{\rho_{\text{közeg}}}{R\rho_{\text{test}}}v^2$$

A mellékelt Excel programban változtatni lehet a közeg és az eső testek sűrűségét és a golyók sugarát (sárga mezők). Az adatokat SI-ben kell beírni, a sűrűséget $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$-ben, a sugarat m-ben.

A v^2-nek a sárga mezők adataiból kiszámított együtthatóját a narancssárga mező mutatja (I3 és O3).

A közeg sűrűségét állandónak tekintjük, de természetesen nagy magasságok esetében ez már nem tehető meg. A sűrűség exponenciálisan csökken a felszíntől távolodva, 5,5 km-enként feleződik. Egy ezt is figyelembe vevő szimuláció és jelenség olvasható Stonawski Tamás (2019) írásában.

Nem foglalkozunk a nehézségi gyorsulás magasságtól való függésével sem. Az elért maximális sebesség egyszerűen számítható, amikor a gyorsulás 0 lesz, $a = 0$. A program 0,1 s időközönként számolja ki az új gyorsulást, abból a sebességet, majd az időtartam kezdeti és végsebességének középértéke segítségével az elmozdulást.

A téma feldolgozásának lehetséges lépései[3]

- A Galilei-féle és az arisztotelészi elképzelés különbözőségének megbeszélése.
- Hogyan esnének a testek vákuumban?
- Hogyan esnek a testek levegőben? A légellenállás szerepe.
- Videók keresése a témakörben.
- Excel program tanulmányozása különböző esetekben differenciált csoportmunkában, feladatlappal. A feladatlap módosítható, ki lehet hagyni belőle, az egyes csoportok különböző feladatokat kaphatnak.
- A tapasztalatok megbeszélése.

3 A program kipróbálásából szakdolgozat készült. Sudár Mariann (2019). *Újszerű oktatási módszerek alkalmazási lehetőségei a fizikatanításban.* ELTE, TTK.

Lehetséges tanulói feladatok

- Ismerkedjetek meg a mellékelt Excel programmal! Változtassátok a lehetséges paramétereket (sárga mező)! Figyeljétek meg, hogyan változnak a mozgást jellemző egyes függvények!
- Hasonlítsátok össze egy *vákuumban* és egy *levegőben* mozgó azonos sűrűségű anyagból készült és azonos térfogatú (vagyis két egyforma) golyó mozgását!
- Hasonlítsátok össze *két azonos anyagból készült,* de különböző térfogatú (sűrűségek azonosak, sugarak különbözőek) golyó mozgását! Mire számítotok? Írjátok le, majd nézzétek meg a grafikonokat!
- Hasonlítsátok össze *két azonos sugarú, de különböző anyagból* készült golyó mozgását! Mit vártok? Írjátok le, majd nézzétek meg a grafikonokat!
- Hogyan változik a golyók egymáshoz viszonyított távolsága az idő függvényében?
- Mennyi idő múlva lesz legalább x cm (válasszatok hosszúságot) a különbség a két golyó között? Mekkora utat tett meg addig a 2. számú golyó?
- A közeg sűrűségének és a gyorsulás nagyságának változtatásával *különböző égitestekre* is képzelhetitek magatokat (Hold, Mars). Hasonlítsatok össze ilyen eséseket!

Gondoljátok át, hogy az egyes esetekben hogyan lehet *közelíteni* a golyók mozgását!

- Mely esetekben lehet azt mondani, hogy a két testet gyakorlatilag egyszerre látjuk leérkezni? Állítsatok be ilyeneket!
- Ténylegesen elhanyagolható-e a golyóra ható felhajtóerő a mozgás leírása során?
- Milyen közelítéseket alkalmaz az Excel program a mozgás leírásához? Mit gondoltok, ez meddig tehető meg?

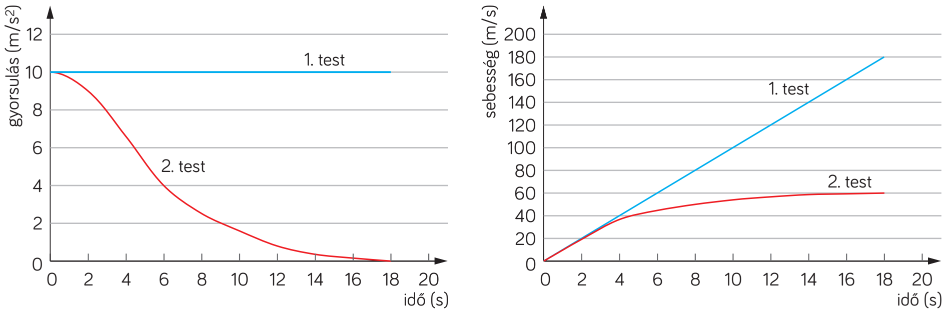
Milyen *további függvényeket* lehetne még ábrázolni? Próbálkozzatok meg az ábrázolással! Előtte gondoljátok végig, milyen lehet a függvény menete!

Lehetséges megoldások

Egy *vákuumban* és egy *levegőben* mozgó azonos sűrűségű anyagból készült és azonos térfogatú (vagyis két egyforma) golyó mozgása

A kiindulási adatok legyenek a következők **(11. ábra)**:

	változó paraméterek:		
B1	golyó sűrűsége	7800	vas
	közeg sűrűsége	0	vákuum
	golyó sugara (m)	0,01	
B2	golyó sűrűsége	7800	vas
	közeg sűrűsége	1,3	levegő
	golyó sugara (m)	0,01	



11. ábra Vasgolyó mozgása vákuumban és levegőben

Két azonos anyagból készült, *különböző méretű,* gömb alakú, vagy gömbbel közelíthető test mozgásának vizsgálata.

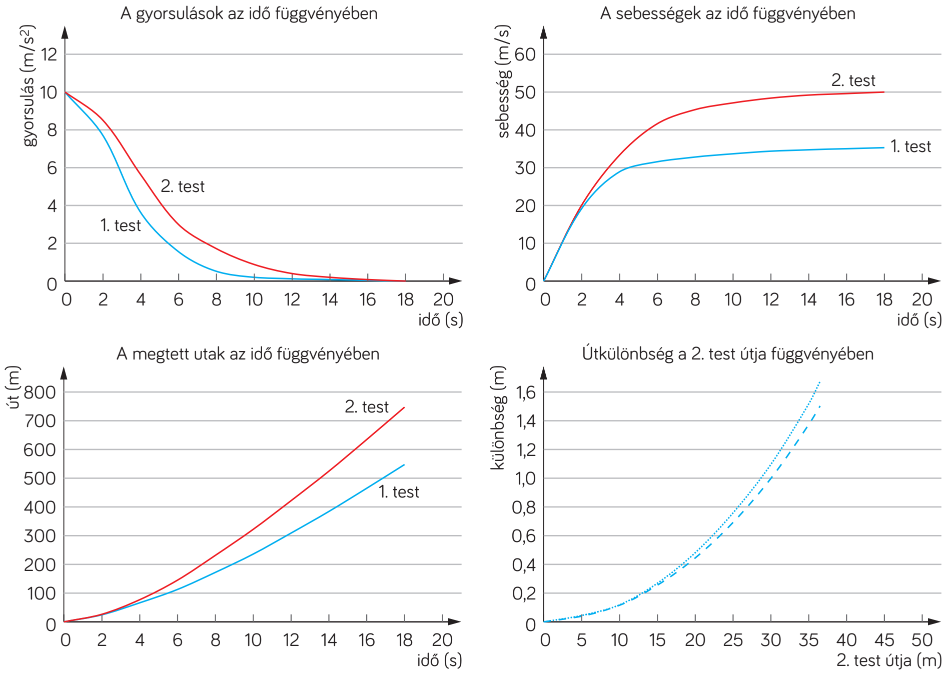
A kiindulási adatok legyenek a következők **(12. ábra)**:

	változó paraméterek:		
B1	golyó sűrűsége	1100	kis paradicsom
	közeg sűrűsége	1,3	levegő
	golyó sugara (m)	0,025	
B2	golyó sűrűsége	1100	nagyobb paradicsom
	közeg sűrűsége	1,3	levegő
	golyó sugara (m)	0,05	

12. ábra Két paradicsom adatai

A nagyobb paradicsom sugara kétszerese a kisebbéhez viszonyítva, ezért a térfogata és a tömege is $2^3 = 8$-szoros.

Látható, hogy 5 m-ről való esés esetében nagyon kicsi különbség van a megtett utak között. Ez alig 3 cm, és közel 1 s az esési idő. Tehát gyakorlatilag azt mondhatjuk, hogy egyszerre érnek földet **(13. ábra)**.

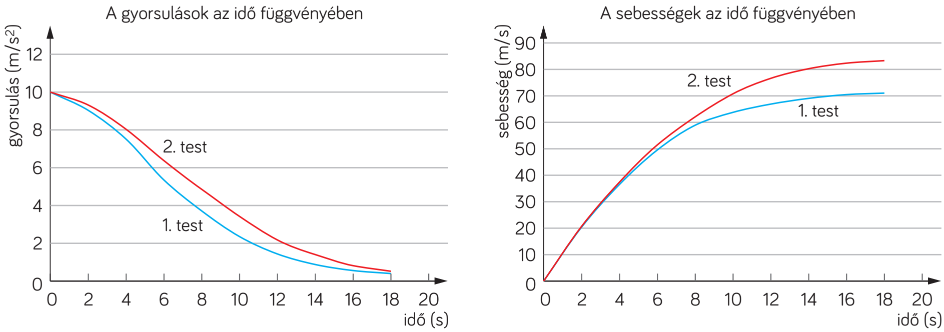


13. ábra A két paradicsom mozgásának összehasonlítása

Két azonos méretű, de különböző anyagból készült golyó mozgása

A kiindulási adatok legyenek a következők **(14. ábra)**:

	változó paraméterek:		
B1	golyó sűrűsége	7800	vas
	közeg sűrűsége	1,3	levegő
	golyó sugara (m)	0,015	
B2	golyó sűrűsége	11300	ólom
	közeg sűrűsége	1,3	levegő
	golyó sugara (m)	0,015	



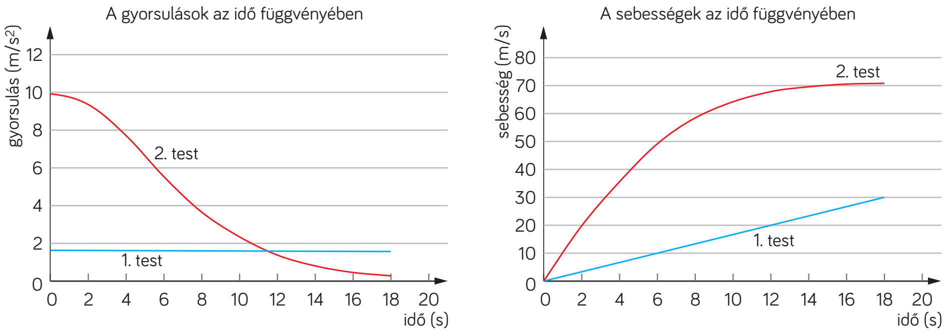
14. ábra Két azonos méretű, de különböző anyagból készült golyó mozgása

KÜLÖNBÖZŐ ÉGITESTEKEN MOZGÓ GOLYÓK

A kiindulási adatok legyenek a következők **(15. ábra)**:

	változó paraméterek:			
B1	golyó sűrűsége	7800	vas	
	közeg sűrűsége	0	vákuum	Hold
	golyó sugara (m)	0,015		
B2	golyó sűrűsége	7800	vas	
	közeg sűrűsége	1,3	levegő	
	golyó sugara (m)	0,015		

	1. test				
		t (s)	a (m/s²)	v (m/s)	s (m)
kezdeti feltételek:		0	1,635	0	0
		0,1	1,635	0,1635	0,008175



15. ábra Két különböző bolygón mozgó test mozgásának összehasonlítása

Nagyon sokféle egyéb beállítási lehetőség van. Ki lehet próbálni különböző sűrűségű anyagok esését levegőben. Például fa- és vasgolyók ejtése, melyet Hevesen ki is próbáltak a Víztorony tetejéből (Kis, 2011). Lehet a méreteket változtatni. De arra figyeljünk, hogy *egyszerre csak egy paramétert változtassunk*. Tehát az összehasonlított két esetnél csak egy paraméter legyen különböző. Át is lehet írni a program egyes részeit. Lehet például finomabb felbontást csinálni, nem 0,1 s-onként számoltatni, hanem például 0,05 s-onként stb.

Az útkülönbség-grafikonok tanulmányozásából látható, hogy a körülbelül 5 m magasról leejtett tárgyak esetében az útkülönbség elhanyagolható normál földi körülmények között. Még 30 láb, ami körülbelül 10 m, esetében sem túl nagy, mely magasságból Stevin végezte az ejtési kísérletét. De a pisai ferde torony esetében már méteres különbségek lehetnek. Ezért többen azt gondolják, hogy Galilei nem valószínű, hogy ejtett volna ki tárgyakat a toronyból. Bár természetesen a különbség a légellenállásnak tudható be, és közel sem 10-szeres a tízszeres tömegkülönbségek esetében.

A FELHAJTÓERŐ VIZSGÁLATA

A foglalkozás jellemzői

20' 9.

A foglalkozás célja, rövid leírása:
Kísérleti vizsgálat: Mitől függ és mitől nem függ a felhajtóerő?

Fejlesztett gondolkodási készségek, képességek:
összehasonlítás, kutatási készségek

Fejlesztett tartalmi tudás:
Arkhimédész törvénye, felhajtóerő

Fejlesztett procedurális tudás:
A kísérleti eszközök megfelelő használata.

Eszközök, anyagok:
füzet, íróeszköz, erőmérő, főzőpohár, különböző térfogatú és anyagú, kampóval ellátott testek (fa, vas, réz, alumínium), arkhimédészi hengerpár (alumíniumhenger és edény, melybe pontosan beleillik), kétkarú mérleg, okostelefon, víz, glicerin

Előzetes tudásként feltételezzük a következő ismereteket:

- fogalmak: tömeg, sűrűség, nehézségi gyorsulás, erő, súlyerő, nehézségi erő;
- a gyorsulás és az erő kapcsolata, Newton II. törvénye;
- több erő hatása egy testre, eredő erő;
- rugós erőmérő használata.

A felhajtóerő fogalmának megismerésén kívül fontos célkitűzés Newton II. törvényének elmélyítése, amikor egy testre több erő hat, és ezek eredője határozza meg a mozgását.

Problémafelvetés

- Fürdés közben a vízben könnyebbnek érezzük magunkat. Miért van ez?
- Földrajzórán azt tanultuk, hogy a meleg levegő felszáll. Miért van ez?
- Miért tud felszállni a repülőgép? Ez ugyanaz a típusú felhajtóerő, mint ami miatt a vízben könnyebbek vagyunk?
- Miért tudnak a madarak repülni?

Lehetséges kutatási kérdés: Mitől függ, és mitől nem függ a testekre ható felhajtóerő?

A közös megbeszélés során a következő tényezőkre érdemes kitérni és a táblán is rögzíteni. Függ-e a felhajtóerő nagysága például:

- a test alakjától;
- a test térfogatától;
- a test tömegétől;
- a test sűrűségétől;
- a folyadék, vagy a gáz sűrűségétől, amelybe a test belemerül?

A diákok a megbeszélés után differenciált csoportmunkában vizsgálják meg az egyes tényezők hatását! Válaszon a csoport egy vizsgálni kívánt tényezőt, alkossanak hipotézist, készítsenek vizsgálati tervet a rendelkezésre álló eszközöket figyelembe véve, majd miután a tanárral egyeztették a tervet, végezzék el a vizsgálatot.

Lehetséges táblázat az adatok rögzítéséhez (**7. táblázat**):

A vízbe merülő test	A test súlya levegőben (N)	A test súlya vízben (N)	Felhajtóerő vízben (N)	A test súlya glicerinben (N)	Felhajtóerő glicerinben (N)
alumínium-henger					
vashenger					
rézhenger					
alumínium téglatest					
kétszeres tömegű alumínium téglatest					
háromszoros tömegű alumínium téglatest					

7. táblázat Az adatok rögzítése

Arkhimédészi hengerpárral különböző anyagú hengerek esetében is érdemes elvégezni a kísérleteket. Ha a hengerpár alsó része teljesen a víz/glicerin alá kerül, akkor a felső üres hengert színültig kell megtölteni vízzel/glicerinnel ahhoz, hogy az erőmérő akkora értéket mutasson, mint a levegőben lévő henger esetében. Mindegy, hogy milyen anyagú az alsó tömör henger, alumínium, vas vagy réz.

Fontos, hogy ne csak vízben vizsgálják a tanulók a felhajtóerőt! Sőt, célszerű azt is megbeszélni, hogy az gázokban is, vagyis a levegőben lévő testekre is hat.

Lehetséges további vizsgálandó problémák

- Mitől függ az, hogy egy test egy adott folyadékban *elmerül, úszik* vagy *lebeg*? Gondolkodjatok el azon, hogy ezt miként tudnátok megvizsgálni és bemutatni egymásnak!
- Mit lehet tenni, ha azt szeretnénk elérni, hogy egy, az adott folyadékban elmerült test lebegjen, illetve ússzon? Gondolkodjatok el azon, hogy ezt miként tudnátok megvizsgálni, és bemutatni egymásnak!
- Miként változik egy folyadékban úszó test esetében a folyadékból kint lévő rész nagysága, ha elkezdjük növelni a folyadék sűrűségét? Például vízben egyre több cukrot vagy konyhasót oldunk fel (Radnóti & Adorjánné Farkas, 2015).

A rendelkezésetekre álló eszközök, anyagok: főzőpohár, kanál, keverőbot, vonalzó, okostelefon, víz, konyhasó, cukor, különböző zöldségek, gyümölcsök, főtt tojás.

Gondolkodtató kérdések

- Mérhetnénk-e felhajtóerőt a Holdon?
- Van-e felhajtóerő a világűrben?

A SÚRLÓDÁS VIZSGÁLATA

A foglalkozás jellemzői

135' 7–9.

A foglalkozás célja, rövid leírása:
A tanulók a súrlódás témát dolgozzák fel több kisebb saját kutatás elvégzése révén. Az egyes tartalmi egységek önállóan is feldolgozhatók, bár azok egymásra épülnek.

Fejlesztett gondolkodási készségek, képességek:
arányossági gondolkodás, összehasonlítás, oksági gondolkodás, kutatási készségek: hipotézisalkotás, változók azonosítása és kontrollja, vizsgálat tervezése, végrehajtása, a tapasztalatok alapján következtetés

Fejlesztett tartalmi tudás:
a mechanikai tudásrendszer, a newtoni szemléletmód elemeinek bővítése, erőtörvények

Fejlesztett procedurális tudás:
kísérleti elrendezések megalkotása és megfelelő használata a vizsgálódások során

Eszközök, anyagok:
mechanikai tanulókísérleti készlet, rugós erőmérő, kampóval ellátott, lehetőleg tégla alakú testek, különböző felületek (fa, smirgli, sztaniolpapír, filc, fémfelület stb.)

A foglalkozás szerzője: Adorjánné Farkas Magdolna

A *csúszási súrlódási* erő akkor lép fel, amikor két egymással érintkező fizikai test egymáshoz képest elmozdul. A mindennapi életben sokszor tapasztaljuk a súrlódás meglétét vagy éppen a hiányát.

Problémafelvetés

Mikor csúszik jobban a szánkó?

- Frissen esett havon vagy jeges úton?
- Havon vagy kavicsos úton?

Mikor tud a pálya végén rövidebb úton lefékezni a síelő

- ha lekopott a hó a pályáról vagy ha jeges a pálya?

Mindegyik esetben magyarázd meg, hogy mi a különbség oka!

Ha ónos eső esik, és nagyon csúsznak az utak, néhány ember frottír zoknit húz a cipőjére, hogy ne csússzon el gyaloglás közben. Mit gondolsz, miért segíthet a zokni? Ha egy vízszintes úton meglökünk egy ládát, az először elindul, csúszik egy ideig, majd megáll. Mi állítja meg?

Előzetes tudásként feltételezzük a következő ismereteket:

- egyenes vonalú egyenletes mozgás, egyenes vonalú egyenletesen változó mozgás ismerete és mérési lehetőségei;
- sebesség, gyorsulás, tömeg, erő, súlyerő fogalmak ismerete;
- az erők eredőjének meghatározása, és annak ismerete, hogy több erőhatás együttes eredményeként miként mozog a test;
- rugós erőmérő használata.

A SÚRLÓDÁSI ERŐ VIZSGÁLATA

Lökjetek el vízszintes asztallapon egy hasábot! Mit tapasztaltok?

Várt válasz: Csökken a sebessége, majd megáll.

Segítő kérdések: Mi csökkenti a sebességét?

Várt válasz: A hasáb és az asztallap között fellépő súrlódási erő.

Hogyan tudjuk megmérni ezt az erőt?

Várt válasz: Vízszintes asztallapon rugós erőmérővel úgy kell húzni a tárgyat, hogy az egyenletesen mozogjon. Az erőmérő által kifejtett húzóerő ebben az esetben kiegyenlíti a súrlódási erőt. Tehát a rúgós erőmérő által mért erő nagysága megegyezik a súrlódási erő nagyságával.

Fel kell hívni a tanulók figyelmét arra, hogy az asztallappal párhuzamosan, tehát vízszintesen húzzák a hasábot.
Az erő mérésére másféle módszer is eszébe juthat néhány diáknak. Ha elegendő nagyságú sebességgel ellökjük a testet, az bizonyos út megtétele után megáll. Mérni kell ezt az utat és a mozgás idejét. Ebből lehet számolni a gyorsulást (lassulást), melyet megszorozva a test tömegével, megkapjuk a súrlódási erőt. Ha felvetődik ez a gondolat, akkor érdemes hagyni, hogy az egyik csoport így mérjen.

Rajzoljátok fel az egyenletesen mozgó tárgyra ható erőket!
Mi az oka annak, hogy súrlódási erő lép fel a két felület között?

Várt válasz: A súrlódás oka a felületek egyenetlensége, valamint az érintkező felületek atomjainak egymásra ható vonzása.

Kutatási kérdés I.
Mitől és hogyan függ a *csúszási súrlódási* erő értéke?

A tanulói vizsgálat fő lépései a következők lehetnek:

- Fogalmazzátok meg a *hipotézist*!
- *Tervezzetek olyan kísérletet,* amellyel igazolni vagy cáfolni tudjátok a hipotéziseteket! Gondoljátok végig, hogy *milyen adatot mérnétek meg,* és *milyen körülményeket változtatnátok*! A kísérlet során ügyeljetek arra, hogy egyszerre csak egy körülményt változtassatok meg! A vizsgálatok körülményeinek rögzítéséhez készítsetek táblázatot!
- Válogassátok össze azokat az eszközöket, amelyeket fel tudtok használni a méréseknél!
- Végezzétek el a méréseket!
- Írjátok bele a táblázatba a mérési eredményeket!
- Fényképezzétek le a megvalósított vizsgálatokat!
- Vonjátok le a következtetést a mérések eredményei alapján!
- Hasonlítsátok össze a mérési eredményeket az általatok felállított hipotézissel!

Ha nem igazolták a hipotézist a mérési eredmények, adjatok rá magyarázatot, hogy mi lehet ennek az oka!

Megoldási lehetőségek
Befolyásoló tényezők lehetnek:

- az asztalfelület érdessége/simasága;
- a hasáb felületének érdessége/simasága;
- a hasáb súlya;
- a hasáb felületének nagysága.

Lehetséges tanulói hipotézisek

A) Minél érdesebb az asztal felülete, annál nagyobb a súrlódási erő.

B) Minél érdesebb a hasáb felülete, annál nagyobb a súrlódási erő.

C) Minél nagyobb a hasáb súlya, annál nagyobb a súrlódási erő.

D) Minél nagyobb a hasáb felülete, annál nagyobb a súrlódási erő

Megjegyzés az utolsóként felírt hipotézishez: nem baj, ha a hipotézisek között olyan is szerepel, amelynek igazságát nem igazolják a kísérletek. Sőt, kifejezetten hasznos, ha a tanulók azt is megtapasztalják, hogy a kísérlet nem igazolja minden esetben a hipotézist. Érdemes arra is kitérni, hogy ez a tudósokkal is gyakran előfordul kutatómunkájuk során. Ilyenkor először meg kell vizsgálni, hogy nem volt-e hiba a kísérletben. Ha több mérés után is ugyanolyan eredményt kapnak, amely nem

igazolja a hipotézist, akkor valószínűleg a hipotézis nem volt helyes, így akkor azt kell felülvizsgálni.
Vannak olyan körülmények, amelyek kvantitatívan meghatározhatók (pl. felület nagysága, a hasáb súlya), és vannak, amelyeknél csak minőségi összehasonlítást tudunk tenni (pl. érdesség/simaság). Ennél a kísérletnél azonban azt javasoljuk, hogy a hasáb súlyánál, illetve a hasáb felületének nagyságánál is csak összehasonlítást tegyenek a tanulók.

Ahhoz, hogy meg tudjuk állapítani, hogyan függ a súrlódási erő a különböző tényezőktől, arra kell törekedni, hogy minden esetben ugyanakkora sebességgel csússzon a tárgy.

Érdemes felhívni a tanulók figyelmét, hogy valójában a hasábot a felülethez nyomó erő nagyságától függ a súrlódási erő. A nyomóerő csak abban az esetben egyezik meg a hasáb súlyával, ha a hasáb vízszintes talajon áll vagy mozog. Ha a hasábot lejtőre helyezzük, a nyomóerő kisebb lesz a hasáb súlyánál.

Javaslat a tanulói vizsgálatokhoz előkészített eszközökre

- sima felületű fahasábok – érdemes olyanokat kikészíteni, amelyek három oldalapja különböző területű
- sima felületű fémhasábok – érdemes olyanokat kikészíteni, amelyek három oldallapja különböző területű
- fémhasáb, amelynek az egyik oldallapjára csiszolópapírt, -vásznat vagy filcet ragasztottak
- rugós erőmérő
- különböző érdességű felületek, amelyeken a tanulók húzhatják a hasábot

A fényképek készítéséhez mobiltelefon is használható.

Javaslat a vizsgálati elrendezésekre

A **8. táblázat** a korábban megadott lehetséges tanulói hipotézisek sorrendjét követve mutat be néhány lehetséges vizsgálati körülményt. Az itt felsoroltakon kívül másféle kísérleti elrendezést is javasolhatnak a tanulók, és tovább lehet folytatni a kísérletet három hasábbal. Érdemes úgy szervezni a mérést, hogy egy-egy hipotézisnél többféle kombinációt, vizsgálati elrendzést is mérjenek a csoportok, illetve egy csoport több hipotézist is vizsgáljon meg.

A vizsgálatok tervezése során beszéljük meg tanulókkal, hogy mi kerüljön a táblázatba. Ha kevésbé gyakorlottak a diákok, megadhatjuk a táblázat fejlécét. Tisztázzuk, hogy hány változót (tényezőt) tudunk vizsgálni, azoknak milyen értékei lehetnek. Beszéljük meg, hogy ebben a vizsgálatsorozatban mi a függő változó, aminek a változását vizsgáljuk (a húzóerő nagysága), továbbá az egyes vizsgálatokban mi a független változó, mit változtatunk (hasáb felületének érdessége/asztal felületének érdessége/hasáb súlya/hasáb csúszófelületének nagysága), és melyek a kontrollált vagy állandó változók (hasáb felületének érdessége/asztal felületének érdessége/hasáb súlya/hasáb csúszófelületének nagysága). A táblázat kitöltése segíti a diákokat annak ellenőrzésében, hogy az adott vizsgálatban mindig csak egy tényezőt változtassanak meg.

A hipotézis jele	A vizsgálat sorszáma	A hasáb felületének érdessége	Az asztalfelület érdessége	A hasáb súlya (hasáb egységekben)	A hasáb csúszófelületének nagysága (oldallap)	A húzóerő nagysága (N)
A	1.	sima	sima	1	legnagyobb	
		sima	érdes	1	legnagyobb	
B	2.	sima	sima	1	legnagyobb	
		érdes	sima	1	legnagyobb	
B	3.	sima	érdes	1	legnagyobb	
		érdes	érdes	1	legnagyobb	
C	4.	érdes	érdes	1	legnagyobb	
		érdes	érdes	2	legnagyobb	
		érdes	érdes	3	legnagyobb	
D	5.	érdes	érdes	1	legnagyobb	
		érdes	érdes	1	közepes	
		érdes	érdes	1	legkisebb	
D	6.	érdes	érdes	2	legnagyobb	
		érdes	érdes	2	közepes	
		érdes	érdes	2	legkisebb	

8. táblázat Példák vizsgálati elrendezésekre a súrlódási erő nagyságát befolyásoló tényezőkre alkotott hipotézisek vizsgálatához (ahol 2 vagy 3 hasáb van, ott azok egymásra vannak téve)

Érdemes a két felület érdességére külön-külön figyelni, hiszen a mindennapi életben is mindkettőt figyelembe kell venni. Például az, hogy megcsúszunk-e a járdán, egyaránt függ a cipőtalpunk simaságától és a járda felületének csúszósságától.

Az érintkező felületek érdessége együttesen határozza meg a súrlódási együtthatót, amelynek μ a fizikai jele.

Következtetés
Várt válaszok:

- Az érdesebb felületnél nagyobb a súrlódási erő.
- Minél nagyobb a hasábok száma, annál nagyobb a hasábok súlya, és annál nagyobb a súrlódási erő. Ez azt jelenti, hogy egyenes arányosság van a súrlódási erő és a hasáb súlya között. Matematikai formában megadva: $\frac{F_{\text{súrlódási}}}{F_{\text{súly}}} = \text{állandó}$. Ez a hányados adja a μ értékét.
- A csúszó felület nagyságától nem függ a súrlódási erő.

Hipotézissel való összevetés
Mivel minden esetben több tanuló is feltételezni szokta, hogy a csúszó felület nagyságától is függ a súrlódási erő, érdemes megmagyarázni, hogy miért nem függ. Itt két hatás egyenlíti ki egymást: ha nagyobb az érintkező felület, akkor nagyobb felületen érvényesül a mozgást akadályozó hatás, azonban ezzel egyidejűleg a nyomás kisebb lesz, mert az erő nagyobb felületen oszlik el.

Kutatási kérdés II.
Hogyan lehetne meghatározni a *csúszási súrlódási* együttható értékét különböző felületek esetében?

Várt válasz: Meg kell mérni a súrlódási erőt az I. feladatban leírt módon.

A tanulók először mérjék meg a hasáb súlyát, amit úgy tudnak meghatározni, hogy az erőmérőre akasztják. Ezt követően mérjék meg a súrlódási erőt a különböző felületek esetén. Figyeljenek arra, hogy egyszerre csak egy körülményt változtassanak meg! Készítsenek táblázatot, majd írják be a mérési eredményeket! Számolják ki a súrlódási együtthatók értékét!

A két erő hányadosa a súrlódási együttható $\left(\frac{F_{\text{súrlódási}}}{F_{\text{súly}}} = \mu\right)$. Ügyeljenek arra, hogy mivel ez a fizikai mennyiség két erő hányadosaként számítható ki, ezért nincs mértékegysége.

Beszéljük meg azt is, hogy mi lehet a súrlódási együttható elméletileg legnagyobb, illetve legkisebb értéke. Várt válasz: 1 illetve 0. A gyakorlatban előforduló súrlódási együttható értékei e két szélsőérték közé esnek.

Javaslat a táblázatra

A **9. táblázat** a körülmények többféle lehetséges kombinációját mutatja. Az itt felsoroltakon kívül másféle kísérleti elrendezéseket is javasolhatnak a tanulók. Érdemes úgy szervezni a mérést, hogy minél többféle kombinációt mérjenek a csoportok.

A vizsgálat sorszáma	A hasáb felülete	Az asztal felülete	A súrlódási erő (N)	A hasáb súlya (N)	A súrlódási együttható
1.	sima acél	sima fa			
	sima acél	üveg			
	sima acél	posztó			
2.	filccel leragasztott	sima fa			
	filccel leragasztott	üveg			
	filccel leragasztott	posztó			

9. táblázat Lehetséges vizsgálati elrendezések a csúszási súrlódási erő mérésére különböző felületek esetén

Kiegészítő feladat: Mondjatok példát a hétköznapi életből arra, amikor a súrlódási erőnél figyelembe vehető nyomóerő független a test súlyától!

Várt válasz: Ilyen eset például az, ha egy függőleges falfelületet csiszolnak.

A TAPADÁSI SÚRLÓDÁS VIZSGÁLATA

Problémafelvetés: Bizonyára tapasztaltátok, hogyha elhúztok egy ládát vagy egy asztalt, a tárgy elmozdításakor nagyobb erőt kell kifejteni, mint akkor, amikor már egyenletes mozgásban tartjátok. Mi lehet ennek az oka?

Várt válasz: a test elmozdításakor nagyobb a súrlódási erő.
Ezt tapadási súrlódási erőnek nevezzük.

Kutatási kérdés
Mitől és hogyan függ a tapadási súrlódási erő maximumának értéke?

Lehet, hogy a tanulók a választ nem tudják maguktól megfogalmazni. Ebben az esetben rá kell őket vezetni. Vízszintes asztallapon rugós erőmérővel húzzuk a hasábot egyre nagyobb erővel. Az erőt növelve egyszer elérünk egy olyan értéket, amelynél megmozdul a hasáb. Lényeges és érdekes tulajdonsága a tapadási súrlódási erőnek, hogy 0 és a maximális érték között egyenletesen változik. Amíg a hasáb nem mozdul, addig a tapadási súrlódási erő egyenlő nagyságú a húzóerővel. A tapadási súrlódási erőnek van egy maximális értéke, ha a húzóerő ennél nagyobb lesz, akkor mozdul meg a hasáb. Tehát ezzel a méréssel a tapadási súrlódási erő maximumát lehet megmérni.

Hogyan lehet a tapadási súrlódási együtthatót megmérni különböző felületek esetében?

A tapadási súrlódási erő és a nyomóerő hányadosa a tapadási súrlódási együttható. A mérést a II. méréshez hasonlóan kell elvégezni.

A GÖRDÜLÉSI ELLENÁLLÁS VIZSGÁLATA

Ha egy test egy másikon legördül, akkor is fellép egy mozgást fékező erő, ezt gördülési ellenállási erőnek hívjuk. A gördülési ellenállási erő és a nyomóerő hányadosa a gördülési ellenállási tényező. Ennek a nagysága körülbelül a tizedrésze a csúszási súrlódási együtthatónak.

Kutatási kérdések
Hogyan lehet a gördülési ellenállást vizsgálni?
Hogyan lehet a gördülési ellenállási együtthatót megmérni?
A méréseket az előző feladatokhoz hasonlóan kell végrehajtani.

Kiegészítő feladat
Az autók kerekén másféle gumiabroncsot használnak nyáron, mint télen. Nézz utána, hogy miben térnek el egymástól! Indokold meg, hogy miért veszélyes, ha valaki olyan autóval közlekedik, amelyen kopottak a gumik!

Várt válasz
A téli abroncs mintázata sűrűbb és mélyebb, mint a nyárié, ezáltal minden irányban nagyobb tapadási súrlódási erőt biztosít, ezzel akadályozza meg az autó megcsúszását a havas, jeges úton. Ha kopott a gumi, csökken a mintázatok mélysége, és így kisebb lesz a maximális tapadási súrlódási erő.

Érdemes azt is megemlíteni, hogy a kétféle abroncs anyagának az összetétele is eltérő, a téli abroncs olyan anyagból készül, amely alacsony hőmérsékleten is rugalmas marad, így jobban tapad az útburkolathoz.

RUGALMAS TESTEK VIZSGÁLATA

A foglalkozás jellemzői

30' 9.

A foglalkozás célja, rövid leírása:
Különböző rugóállandójú rugók vizsgálata; erő–megnyúlás grafikon felvétele különböző esetekben.

Fejlesztett gondolkodási készségek, képességek:
összehasonlítás, arányossági gondolkodás, kutatási készségek, matematika- és informatikatudás transzferálása a fizikába

Fejlesztett további készségek:
függvények ábrázolása az Excel programmal, egyszerűsítési feltételek alkalmazása

Fejlesztett tartalmi tudás:
rugalmas testek jellemzői, rugóállandó fogalma

Eszközök:
füzet, íróeszköz, Bunsen-állvány, fogók, rudak a rugó felfüggesztéséhez, tükörskála, tömegelemek, melyek egymásba akaszthatók, mérleg, számítógép

Előzetes tudásként feltételezzük a következő ismereteket:

- erő, nehézségi erő, súly;
- a gyorsulás és az erő kapcsolata, Newton II. törvénye;
- több erőhatás együttes eredménye.

Ráhangoló kérdés
Hol találkozhatunk a mindennapi életben rugalmas testekkel és rugókkal?

Problémafelvetés
A periodikus mozgások sokfélék, szinte áttekinthetetlen ez a mozgástípus. Egyszerűsítsük a munkánkat: vizsgáljunk csak rugalmas testeket, rugókat és gumiszálakat.

A csoportból mindenki vegye kézbe a megkapott rugót, illetve gumiszálat, s húzzátok ki azokat, de ne túlzottan nagy mértékben. (Az egyes csoportok különböző rugókat kapjanak! Ügyeljünk arra, hogy a rugó ne nyúljon meg véglegesen, ne menjen tönkre, a gumiszál ne szakadjon el.) Nyilván semmi újdonságot nem jelent számotokra, hogy ilyen viszonylag kis megnyúlások esetén minél nagyobb megnyúlást akarunk létrehozni, annál nagyobb erőt kell kifejtenünk. Mit mondhatunk erről az összefüggésről pontosabban?

Kutatási kérdés 1.

Hogyan függ a megnyúlás nagysága a rugóra/gumira kifejtett erő nagyságától?

A mérés tervezése előtt beszéljük meg a tanulókkal a következőket! Ha egy rugót egyik végénél felakasztunk, akkor a másik végére akaszthatunk különböző tömegű testeket. Ezek különböző mértékben nyújtják meg a rugót. Pontosabban a következő a helyzet: amikor a test a rugót megnyújtja, és a rugó éppen álló helyzetben van, akkor a rá ható erők eredőjének nullának kell lenni. Két erő hat a testre, lefelé húzza a nehézségi erő, ami a test tömegének és a nehézségi gyorsulásnak a szorzata: $G = mg$. Ez azt jelenti, hogy a rugónak felfelé is ekkora erőt kell gyakorolnia a testre. Vagyis a test tömegének mérésével meg tudjuk határozni a rugó által kifejtett erő nagyságát.

Lehetséges tanulói feladat

Beszéljétek meg a csoportban, hogy vajon milyen összefüggés lehet a rugó által kifejtett erő és a rugó megnyúlása között? Előzetes elképzeléseiteket – hipotéziseiteket – írjátok le a füzetetekbe!
Mit gondoltok, a többi csoport is pontosan azt kapja, mint ti? Indokoljátok a választ!

Tervezzétek meg a mérést, gondoljátok át a következőket!

- Mit mérnétek meg, és hogyan?
- Hogyan fogjátok rögzíteni a mérési adatokat?
- Mit minek a függvényében ábrázolnátok?
- Milyen függvényre számítotok?

A rendelkezésetekre álló eszközök:

Bunsen-állvány, fogók, rudak a rugó felfüggesztéséhez, tükörskála, tömegelemek, melyek egymásba akaszthatók, mérleg.

Egyeztessétek a mérési tervet a tanárotokkal, majd végezzétek el a mérést!
Fényképezzétek le a mérési berendezést!
Készítsétek el a mérés jegyzőkönyvét!

Lehetséges megoldás

Minden fizikai törvénynek vannak érvényességi kritériumai. Ténylegesen tökéletesen rugalmas alakváltozás nincs. Sok esetben azonban lehetséges jó közelítés. De meddig? A tanár előzetesen mérje meg, hogy hány tömegelemet lehet a rugóra akasztani anélkül, hogy az maradandó alakváltozást szenvedjen. Adja meg a tanulóknak ezt a számot. Érdemes arról is beszélgetni a tanulókkal, hogy van egy határ, amíg a rugó maradandó alakváltozás nélkül terhelhető.

Tanulói mérés

Bunsen-állványra függesszetek fel egy rugót, amely mellé méterrudat helyeztek. Ezen jelöljétek meg a rugó aljának helyét. Ezt követően akasszatok rá az egymásba akasztható tömegelemek közül egyet, majd olvassátok le a rugó megnyúlását (Δl) a kiindulási helyzethez viszonyítva. Akasszatok egyre több tömegelemet egymásba, és minden esetben olvassátok le a rugó megnyúlását a kiindulási helyzethez képest. Foglaljátok táblázatba a kapott adatokat, majd ábrázoljátok a megnyúlást a rugó által kifejtett erő függvényében!

Olyan grafikont kaptatok, amilyet vártatok? Indokoljátok meg a választ!

Egy tömegelem tömege: $m =$ ______ kg.

Egy tömegelemre ható nehézségi erő: $G = m \cdot g =$ ______ N.

Lehetséges táblázat (**10. táblázat**):

A mérés sorszáma	A tömegelemek száma	A rugó által kifejtett erő nagysága F (N)	Megnyúlás Δl (m)	$\frac{F}{\Delta l}\left(\frac{\text{N}}{\text{m}}\right)$

10. táblázat A mérési eredmények számára

Ideális esetben a táblázat utolsó oszlopában közel ugyanazok az értékek szerepelnek egy adott rugó esetében. A tanulók hasonlítsák össze az egyes csoportok által kapott eredményeket! Az eredményekből látható, hogy egy rugó esetében a rugó által kifejtett erő nagyságának és a megnyúlásnak a hányadosa állandó, s ez a rugóra jellemző adat. Ezt a rugóra jellemző adatot rugóállandónak nevezzük, jele D, a mértékegysége N/m. Ez függ a rugó geometriájától is, nem csak a rugó anyagától.

A grafikon elkészítése lehetőleg az Excel program segítségével történjen. Írassák ki a diákok az illesztett egyenes egyenletét is, melyből olvassák ki a keresett rugóállandót!

Lehet több grafikont is ábrázolni ugyanabban a koordináta-rendszerben, hogy látszódjon a különbség az egyes rugók rugóállandója között.

Kutatási kérdés 2.
A gumiszál hasonlóan „viselkedik”, mint a rugó. Vajon ez tényleg így van?

Tervezzetek meg – az előzőhöz hasonlóan – egy mérést, amelynek eredményei alapján válaszolni tudtok erre a kérdésre! A mérésről készítsetek jegyzőkönyvet!

A gumiszál vizsgálata lehet differenciált feladat. Ha a tanulók ténylegesen nem is végzik el a mérést, akkor is fontos annak megtervezése, és annak megbeszélése, hogy milyen függvényre számítanak. Fontos annak belátása, hogy az *nem lineáris* függvény!

További érdekes kérdés lehet, hogy ha a rugó végére akasztott tömeget lefelé elmozdítjuk, majd elengedjük, milyen mozgást fog végezni? A test harmonikus rezgőmozgást végez.

Kutatási kérdés 3.
Mitől és hogyan függhet a rugóra akasztott testből és a rugóból álló rendszer rezgésének a rezgésideje?

Tisztázni kell a tanulókkal, hogy mit értünk egy teljes rezgés alatt, mi a rezgésidő. Általában a felét szokták venni.

- A tanulók előzetesen alkossanak erről hipotézist.
- Gondolkodjanak el azon, hogyan mérnék meg a rezgésidőket.
- Hogyan elemeznék a mérési adatokat?
- Hogyan válaszolnának a feltett kérdésre?

Lehetséges hipotézisek
A rezgésidő függ

- a rugóra akasztott test tömegétől,
- a rezgés amplitúdójától,
- a rugó rugóállandójától.

A **kísérlet megtervezéséhez,** a mérésekhez a következőket célszerű átgondolni:

- Hogyan lehet az egyes hipotéziseket vizsgálni?
- Milyen mennyiségeket kell mérni, mivel és hogyan?
- Hogyan célszerű az adatokat rögzíteni?
- Az összefüggések felismeréséhez milyen grafikont célszerű elkészíteni?
- Mi szerepeljen a grafikon vízszintes és függőleges tengelyén?
- Milyen függvényt lehet illeszteni a mérési adatokat jelképező pontokra?

Az előző mérésekhez tartozó eszközlistát időmérővel kell kibővíteni. Az időt lehet mérni mobiltelefonnal vagy stopperrel. De a számítógép is használható. Fel lehet venni a mozgásokat, majd kiértékelni (Nagy & Radnóti, 2014b).

Az egyes csoportok az előző méréssorozathoz kapott különböző rugókat továbbra is használhatják. A rugóállandótól való függés vizsgálható a csoportok megfelelő adatainak (azonos tömegek) összehasonlításával.

Az amplitúdótól való függést érdemes a különböző tömegek esetében megnézni. A mérés megkezdése előtt célszerű a tanulókkal megbecsültetni, hogy mekkora rezgésidőt várnak. Majd rávezetni őket arra, hogy pontosabb eredményt kapnak, ha több rezgés idejét mérik. Mivel a rezgés csillapodik, nem biztos, hogy 10 rezgés idejét meg lehet mérni.

EXOBOLYGÓK – ÚJ TUDOMÁNYOS FELISMERÉS

A foglalkozás jellemzői

45' 9.

Kulcsfogalmak:
Naprendszer, csillag, bolygó, exobolygó, Kepler 3. törvénye.

A foglalkozás célja, rövid leírása:
Friss, új tudományos felfedezés felhasználása a fizika oktatásában annak bemutatására, hogy a közoktatás során tanultak segítségével miként lehet a tudományos híreket értelmezni. A tanult törvények felhasználásával, alkalmazásával kell megbecsülni a cikkekből kiolvasható adatok segítségével a vörös törpecsillag tömegét.

Fejlesztett gondolkodási készségek, képességek:
arányossági gondolkodás, analógiás gondolkodás

Fejlesztett további készségek:
szövegértés; függvény paraméterének felhasználásával számítás elvégzése

Fejlesztett tartalmi tudás:
a mechanikai tudásrendszer és a newtoni szemléletmód elemeinek bővítése, a csillagászati ismeretek elmélyítése

Fejlesztett procedurális tudás:
kutatási módszerek megismerése, a kutatás lépéseinek azonosítása

Eszközök:
fénymásoló papír, füzet, íróeszköz, számológép, számítógép

A feldolgozás lépései

- A téma bevezetése
- Az internetes híradás szövegének elemzése kérdéseken keresztül
- A vörös törpe tömegének kiszámítása háromféle módon
- További exobolygókról szóló híradások figyelése, elemzése, hasonló számítás elvégzése

Az iskolai feldolgozások során az internetes szöveget a diákoknak otthon kellett elolvasni, majd a kérdésekre a tanórán válaszoltak egyénileg, amit utána közösen megbeszélték. A szöveget kissé átalakítottuk a diákok számára.

Előzetes tudásként feltételezzük a következő ismereteket:

- az egyenletes körmozgás kinematikai és dinamikai leírása;
- erő, nehézségi erő, súly;
- a gyorsulás és az erő kapcsolata, Newton II. törvénye;
- a Newton-féle gravitációs erőtörvény, Kepler-törvények.

A hét törpe meg a vörös törpe

A TRAPPIST-1 nevű rendszerben először 2015-ben találtak bolygókat a belga fejlesztésű, Chilében található TRAPPIST távcsővel vizsgálódó csillagászok. Ahogy a neve is mutatja, ez volt az első bolygórendszer, amelyet a Liege-ből irányított robotikus optikai teleszkóppal felfedeztek a szakértők. Az első bolygókat, szám szerint hármat 2016-ban jelentették be. Ezekre a fedési módszerrel akadtak rá a kutatók, vagyis a csillag fényességét vizsgálták, és azt nézték, hogy ebben megfigyelhetők-e olyan periodikus elhalványodások, amelyeket tőlünk nézve a csillag korongja előtt áthaladó bolygók okoznak.

Ez elméletben nagyon egyszerűen hangzik, de a valóságban jóval bonyolultabb. Egyrészt nagyon aprócska fényváltozásokat kell észrevenni, hiszen a legnagyobb bolygók sem képesek 1 százaléknál nagyobb mértékben halványítani csillaguk látszó fényességét. Másrészt nemcsak a bolygók okozhatnak átmeneti halványodásokat, hanem egy sor más tényező is, például a csillag saját aktivitási ciklusa. Harmadrészt a periodikus halványodások azonosítása rögtön nagyon bonyolulttá válik, ha nem egy bolygó okozza ezeket, hanem kettő vagy még több.

Ezen tényezők együtteséből adódik, hogy a legtöbb fedési módszerrel felfedezett extraszoláris bolygó úgynevezett forró jupiter, vagyis olyan planéta, amely csillagához képest viszonylag nagy méretű, és nagyon közel kering a központi égitesthez, így gyakran átvonul előtte, ezért rövid idő alatt is észre lehet venni. A TRAPPIST–1 esetében az volt a szakértők szerencséje, hogy egy nagyon pici és hideg csillag található a rendszer központjában. Az égitest egy M8 színképosztályú vörös törpe, vagyis tömege mindössze 8 százaléka, a sugárzási teljesítménye pedig kétezrede a Napénak. A TRAPPIST–1 tehát alig nagyobb a Jupiternél, és felszíni hőmérséklete 2550 K körüli, szemben a Nap 5778 K-es hőmérsékletével.

Ha egy másik rendszerből vizsgálnánk a Föld bolygó Nap előtti átvonulását, 0,01%-os csökkenést tapasztalnánk csillagunk látszó fényességében. Ha viszont egy ugyanilyen bolygó tőlünk nézve a TRAPPIST-1 előtt vonul át, jóval nagyobb, körülbelül 1 százalékos látszó fényességcsökkenést eredményez. Ekkora ingadozást pedig sokkal könnyebb észlelni, még akkor is, ha nagyon halvány az adott csillag. A TRAPPIST–1 esetében ráadásul a sikerhez az is hozzájárult, hogy csillagászati léptékben nagyon közel található: mindössze 40 fényévnyire van tőlünk, a Vízöntő csillagképben.

Ahogy az előzőekből kiderült, a fényesség ingadozásának mértékéből a csillag méretének ismeretében az átvonuló bolygók nagysága is megállapítható. A TRAPPIST–1 első három felfedezett bolygója ez alapján a Földdel egyező nagyságúnak tűnt, a csillagászok ugyanakkor azt is rögtön észrevették, hogy valami nem egészen stimmel a rendszerben. Az átvonulások ugyanis nem teljesen szabályosan követték egymást, hanem egy kicsit mindig eltértek a várttól. Ez pedig azt jelentette, hogy a csillag körül más bolygók is lehetnek, amelyek gravitációja hat az ismert égitestek haladására, enyhén megváltoztatva keringési idejüket.

Amikor ez világossá vált, a szakértők rögtön elkezdtek újabb bolygók után kutatni (ezúttal még érzékenyebb távcsövek, a Spitzer és a VLT segítségével), és rövidesen négy másik planétára is ráakadtak. A TRAPPIST–1 körül tehát összesen hét bolygó kering (legalábbis jelenleg ennyit ismerünk), amelyek mindegyike durván a Földhöz hasonló méretű. A legkisebb (TRAPPIST–1h, vagyis a legkülső égitest) átmérője nagyjából 75 százaléka a bolygónkénak, a legnagyobb (TRAPPIST–1g, az előző belső szomszédja) pedig 1,27-szeres földátmérővel rendelkezik. Ami a tömegeket illeti, a legkönnyebbnek a rendelkezésre álló adatok alapján a harmadik bolygó (TRAPPIST–1d) tűnik 0,41-szeres földtömegével, a legnehezebb pedig ennek belső szomszédja (TRAPPIST–1c) lehet, amely 1,38-szor annyit nyom, mint saját bolygónk.

A fényességadatokból kiderül még egy fontos adat, abból ugyanis, hogy mennyi ideig tart egy-egy bolygó átvonulása, következtetni lehet keringési idejének hosszára. Ebből pedig az is kiderül, hogy milyen messze van a csillagtól, mivel a távolabbi bolygók lassabban, a közelebbiek gyorsabban jutnak át a központi égitest korongja előtt. Ami a TRAPPIST–1 rendszerét illeti, ebben mind a hét ismert bolygó közelebb van csillagához, mint a Merkúr a Naphoz. A legbelső égitest mindössze másfél földi nap alatt ér körbe pályáján, a legkülső pedig 14–25 nap alatt.

A bolygók azonban közelségük ellenére sem annyira forrók, mint a Merkúr, hiszen a csillag sokkal kevesebb energiát bocsát ki, mint a Nap. Ami azt illeti, felszínükön egészen kellemes lehet a hőmérséklet. Bár a tényleges körülményeket a légköri viszonyok ismerete nélkül nehéz megítélni, és az élhetőség kritériumaival kapcsolatban is akadnak viták, a számítógépes modellek szerint a hétből legalább három bolygó (TRAPPIST–1e, f és g) megfelelő távolságban van csillagától ahhoz, hogy felszínén folyékony állapotú víz létezhessen.

Ha valaki a bolygók egyikének felszínén állna, valószínűleg nagyon gyenge fényviszonyokkal találkozna: csak egy kicsit lenne világosabb, mint egy teliholdas éjszakán. A központi csillag ugyanakkor sokkal nagyobbnak látszana, mint a Nap a Földről, mondja Amaury H. M. J. Triaud, a felfedezést tevő kutatócsoport egyik tagja. A TRAPPIST–1f-ről például háromszor olyan szélesnek látszana a csillag korongja, mint amekkora bolygónkról tekintve a Nap. Hogy milyen színűnek tűnne a csillag, arról megoszlik a szakértők véleménye. Mivel energiája nagy részét az infravörös tartományban sugározza ki, emberi szemmel nézve (nem számolva az aktuális bolygó légkörének összetételével) valószínűleg a narancsvörös valamelyik árnyalatában látnánk a korongot.

Hogy tudnánk-e létezni ezeken a bolygókon? Ez egy olyan kérdés, amire jelenleg nincs válasz. Ami a bolygók tömegét illeti, egyelőre csak nagyon durva becslések állnak rendelkezésre az alapján, hogy mennyire „rángatják" egymást, ahogy körbe-körbe haladnak a pályájukon. Pontos adatok hiányában pedig nehéz megítélni, hogy mekkora sűrűségűek és miből állhatnak a planéták, valamint hogy van-e egyáltalán légkörük. Vagyis pillanatnyilag fogalmunk sincs, hogy valójában mennyire földszerűek ezek a bolygók. Tény, hogy méretre nagyjából akkorák, mint saját planétánk, de nem tudjuk, milyen az összetételük, és hogy rendelkeznek-e atmoszférával, ami mind fontos tényező az élhetőség megítélésekor.

A felfedezés híre azonban ennek ellenére is nagyon izgalmas. Egyrészt azért, mert 40 fényév kozmikus léptékben rendkívül kis távolságot jelent, ami a kozmikus távolságokat illeti. Jelenlegi eszközeinkkel odautazni ugyan felfoghatatlanul hosszú idő lenne, de ahhoz elég közel van, hogy a következő években üzembe álló új, nagyobb távcsövekkel még több részlet derüljön ki a TRAPPIST–1 bolygóiról. A James Webb űrtávcsővel például akár az egyes bolygók közvetlenül is megfigyelhetők lehetnek majd, így rövidesen talán az is megállapítható lesz, hogy van-e ezeknek légkörük, és ha igen, az miből áll. Ha pedig az új műszerekkel sikerülne oxigént, metánt, ózont és szén-dioxidot kimutatni valamelyik bolygó légkörében, és esetleg ezek egy bizonyos arányát is megállapítani, 99 százalékos biztonsággal mondhatnánk, hogy az adott planétán van élet, teszi hozzá Michael Gillon, a kutatócsoport vezetője.

A másik dolog, amiért rendkívül fontos mérföldkő a TRAPPIST–1 bolygóinak detektálása, a kőzetbolygók számát illeti. Az első Naprendszeren kívüli bolygóra utaló jelet 1988-ban fedezték fel a csillagászok, az első meg is erősített detektálásra pedig 1992-ben került sor. Vagyis harminc évvel ezelőtt összesen 9 bolygó létezéséről tudtunk (akkor még a Pluto is ebbe a kategóriába tartozott). A kilencvenes években aztán egyre több exobolygót találtak a csillagászok. 1995-ben jelentették be az első olyan planéta felfedezését, amely egy Naphoz hasonló csillag körül kering. Az első olyan égitestre, amely a Földhöz hasonló méretű (tehát jó eséllyel kőzetbolygó), és csillaga élhető zónájában kering, azonban csak 2015-ben akadtak rá.

Jelenleg 2625 rendszerben összesen 3457 exobolygót ismerünk. Ami rögtön meg is mutatja az elmúlt évtizedek egyik legfontosabb felismerését: azt, hogy a bolygók száma a világegyetemben valószínűleg meghaladja a csillagok számát. Nem minden csillagnak van persze bolygója, de számos olyan csillag létezik, amelynek több kísérője is akad, vegyük csak példaként a Naprendszert vagy a TRAPPIST–1-et.

A rendelkezésre álló adatokból kiindulva Galaxisunk és más csillagrendszerek tömegével tartalmazhatnak bolygókat, köztük jónéhány földszerű égitestet is. Amikor az exobolygó-felfedezések megkezdődtek, az alkalmazott módszerek miatt nagyon sokáig csak forró jupitereket találtak a szakértők, ami azért volt meglepő a csillagászok számára, mert ilyen típusú égitest saját rendszerünkben nem létezik. Ahogy azonban fejlődik az észlelési technológia, egyre több kisebb bolygót is felfedezünk. A TRAPPIST–1 körül például rögtön hét ilyet is sikerült detektálni, amire korábban egyszer sem volt példa. Ezzel pedig akárhogy is nézzük, statisztikailag sokszorosára nőtt annak a valószínűsége, hogy a földihez hasonló életet találjunk a világegyetemben.

Kérdések a szöveghez

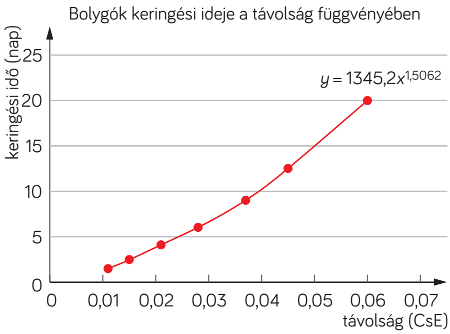
1. Milyen felfedezést tettek a kutatók?
2. Hol található a távcső, amellyel a felfedezést tették?
3. Hol tartózkodtak a kutatók?
4. Milyen módszert használtak a felfedezéshez?
5. Milyen égitestet vizsgáltak? Megközelítőleg milyen távolságban van tőlünk?
6. Miért kezdtek el tovább kutatni, és ehhez milyen eszközt használtak?
7. Milyen további kutatásokat terveznek, és milyen eszközzel?
8. Mióta ismerünk exobolygókat, és a cikk megjelenésének időpontjában mennyit?
9. Milyen típusú exobolygókat találtak először a kutatók, és miért?

Számításos feladat

Hét kisebb, nagyjából Föld nagyságú bolygó kering egy csillagászati értelemben véve közelinek számító, tőlünk 39 fényévnyire található TRAPPIST-1 nevű törpecsillag körül, jelentették be kutatók a NASA 2017. február 22-én tartott sajtótájékoztatóján. A bolygóknak a csillagtól mért átlagos távolságai és keringési idejeik az alábbi táblázatban található **(11. táblázat)** – Az adatokat grafikusan is ábrázoltuk **(16. ábra)**.

R (CsE)	*T* (nap)
0,011	1,51
0,015	2,42
0,021	4,05
0,028	6,1
0,037	9,21
0,045	12,35
0,06	20

11. táblázat Az exobolygók adatai



16. ábra Az exobolygók adataihoz illesztett függvény

Becsüljük meg a törpecsillag tömegét a táblázati *adatok és a grafikon segítségével is!* Hasonlítsuk össze a csillag tömegét a Nap tömegével! Milyen közelítő feltevéseket használtunk fel a becslés során?

A Csillagászati Egység, ami a Nap–Föld-távolság: $1{,}5 \cdot 10^{11}$ m,

a gravitációs állandó $\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \dfrac{\mathrm{Nm}^2}{\mathrm{kg}^2}$, a Nap tömege $2 \cdot 10^{30}$ kg.

A megoldás alapgondolata

A Newton-féle gravitációs erőtörvényt alkalmazzuk a bolygórendszerre, ahol M a csillag tömege, m pedig az egyik bolygó tömege. *Kör alakkal közelítjük* a bolygó pályáját. A mozgásegyenlet:

$$\frac{\gamma \cdot M \cdot m}{R^2} = m \cdot R \cdot \omega^2, \text{ ahol } \omega = \frac{2 \cdot \pi}{T}$$

$$\frac{\gamma \cdot M \cdot m}{R^2} = m \cdot R \cdot \frac{4 \cdot \pi^2}{T^2},$$

innen a bolygó m tömegével egyszerűsíthetünk

$$\frac{\gamma \cdot M}{4 \cdot \pi^2} = \frac{R^3}{T^2},$$

ami ténylegesen Kepler 3. törvénye.
A további számolásokhoz átrendezzük a következő formára:

$$T^2 = \frac{4 \cdot \pi^2}{\gamma \cdot M} R^3$$

A számítás háromféle módon is elvégezhető.

Grafikonból:
Az Excel-függvényhez illesztett görbe egyenlete: $y = 1345{,}2 \cdot x^{1{,}5062}$.
Az x kitevőjét 1,5-del közelítjük. Az összefüggést négyzetre emelve közelítőleg:

$$y^2 = 1{,}81 \cdot 10^6 \cdot x^3$$

melyben Kepler 3. törvénye fedezhető fel.

Vegyük figyelembe, hogy a táblázatban a keringési idő napokban (ami $8{,}64 \cdot 10^4$ s), a távolság pedig Csillagászati Egységben (ami a Nap–Föld-távolság: $1{,}5 \cdot 10^{11}$ m) van megadva!

A mértékegységek miatt kicsit alakítsuk át Kepler 3. törvényét:

$$T^2 \cdot (8{,}64 \cdot 10^4)^2 = \frac{4 \cdot \pi^2}{\gamma \cdot M} \cdot (1{,}5 \cdot 10^{11})^3 \cdot R^3$$

Ezt átrendezve látható, hogy az Excel-görbe paramétere rejti magában a törpecsillag tömegét.

$$\frac{4 \cdot \pi^2 \cdot (1{,}5 \cdot 10^{11})^3}{\gamma \cdot M \cdot (8{,}64 \cdot 10^4)^2} = 1{,}81 \cdot 10^6$$

A gravitációs állandó $\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \dfrac{\text{Nm}^2}{\text{kg}^2}$

vagy teljesen alapmértékegységekkel: $\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \text{m}^3\text{kg}^{-1}\text{s}^{-2}$

Mivel a gravitációs állandó ismert, így az egyenletben csak a csillag M tömege az ismeretlen.

$$4 \cdot \pi^2 \cdot 1{,}5^2 \cdot 10^{33} = \gamma \cdot M \cdot 8{,}64^2 \cdot 10^8 \cdot 1{,}81 \cdot 10^6$$

$$M = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 1{,}5^3 \cdot 10^{33}}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 8{,}64^2 \cdot 10^8 \cdot 1{,}81 \cdot 10^6} = \frac{135 \cdot 10^{33}}{901{,}2 \cdot 10^3}$$

$M \approx 0{,}15 \cdot 10^{30}$ kg, ami a Nap tömegének tizedénél is kisebb, kb. 8%-a.

Táblázatból:
Bármelyik bolygó adatpárjából ki lehet olvasni a keringési időt és a távolságot, amiből kiszámolható a csillag tömege:

$$T^2 = \frac{4 \cdot \pi^2}{\gamma \cdot M} R^3$$

A mértékegységek miatt az egyenletet kicsit át kell alakítani, ahogy a grafikonos számolásnál is:

$$T^2 \cdot (8{,}64 \cdot 10^4)^2 = \frac{4 \cdot \pi^2}{\gamma \cdot M} \cdot (1{,}5 \cdot 10^{11})^3 \cdot R^3$$

Rendezzük a tömegre az összefüggést:

$$\gamma \cdot M \cdot T^2 \cdot 8{,}64 \cdot 10^8 = 4 \cdot \pi^2 \cdot 1{,}5^2 \cdot 10^{33} \cdot R^3$$

$$M = \frac{4 \cdot \pi^2 \cdot 1{,}5^3 \cdot 10^{33}}{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 8{,}64^2 \cdot 10^8} \cdot \frac{R^3}{T^2} = \frac{135 \cdot 10^{33}}{498 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{R^3}{T^2}$$

$$M = 0{,}27 \cdot 10^{36} \cdot \frac{R^3}{T^2}$$

Az arány mindegyik bolygóra körülbelül: $5{,}78 \cdot 10^{-7}$.

$$M = 0{,}27 \cdot 10^{36} \cdot 5{,}78 \cdot 10^{-7} = 1{,}56 \cdot 10^{29}\ \text{kg}.$$

Közelítő feltevés az, hogy csak a bolygók és a központi csillag kölcsönhatását vettük figyelembe, a bolygók egymásra gyakorolt hatását nem. Pedig az is jelentős, hiszen a bolygók csillagászati értelemben nagyon közel vannak egymáshoz. Kepler 3. törvényének newtoni megfogalmazásával közelítettünk, kör alakúnak véve a pályákat. Látszik a függvényillesztésből, hogy ez nem teljesen illeszkedik az adatokhoz.

Excel-táblázat segítségével:

$\frac{\gamma \cdot M}{4 \cdot \pi^2} = \frac{R^3}{T^2}$, ami ténylegesen Kepler 3. törvénye.

A keringési időket át kell számolni évre, vagyis a napokat osztani 365-tel.

A képletet rá kell húzni a cellákra **(12. táblázat)**! (De számológéppel is számolható.)

R^3/T^2
0,0778
0,0768
0,0752
0,0786
0,0796
0,0796
0,0719

R (CsE)	*T* (nap)	*T* (év)
0,011	1,51	0,00414
0,015	2,42	0,00663
0,021	4,05	0,01110
0,028	6,1	0,01671
0,037	9,21	0,02523
0,045	12,35	0,03384
0,06	20	0,05479

12. táblázat A csillag Naphoz viszonyított tömegének számítása

Ebben az $\frac{R^3}{T^2}$ arány a Naptömeghez viszonyított értéket szolgáltatja (mivel a többi mennyiség konstans, a gravitációs állandó és a π). És ez ténylegesen alig 8%.

Ez azért van, mivel a csillagászati egység (CsE) a földpálya nagysága, a keringési idő egysége pedig az 1 év. A Naprendszer esetében az arány kb. 1 **(13. táblázat)**.

Ezt a foglalkozást több középiskolai osztályban kipróbáltuk, a számításos feladatot 70 fő első éves egyetemista is megoldotta. A tapasztalatokból szakdolgozat készült (Kindl, 2018). A diákoknak alapvetően tetszett ez a fajta feldolgozásmód és az új felfedezés megjelenése a tanórán.

Bolygó	**CsE**	***T***	**R^3/T^2**
Merkúr	0,387	0,24	1,01
Vénusz	0,723	0,62	0,98
Föld	1	1	1,00
Mars	1,524	1,88	1,00
Jupiter	5,203	11,86	1,00
Szaturnusz	9,537	29,46	1,00
Uránusz	19,191	84	1,00
Neptunusz	30,069	164,79	1,00

13. táblázat A Naprendszer adatai

ELEKTROMOSSÁGTAN ÉS OPTIKA

Az elektromos jelenségek átszövik mindennapjainkat. Minden háztartásban legalább tíz elektromos energiával működő berendezés található, az életünk elképzelhetetlen ezek nélkül. Az optika ismerete nélkülözhetetlen a látás megértéséhez. Jelen fejezetben ezért néhány tanulságos példa ehhez a témakörhöz kapcsolódik. Az ajánlott feladatok elsősorban a középiskolai korosztály számára készültek a felhasznált matematikai apparátus miatt. A látással kapcsolatos szövegek azonban a 8. évfolyamos tanulók számára is feldolgozhatók.

A gondolkodásfejlesztés széles körű lehetőségeire van mód, ilyen például az arányossági gondolkodás, az analógiás gondolkodás fejlesztése, különböző számítások elvégzése adott törvényszerűségek felhasználásával, kapcsolatteremtés az informatika tantárggyal, mérési adatok kezelése, rendezése, a kritikus gondolkodás elősegítése.

OERSTED KÍSÉRLETE

A foglalkozás jellemzői

20-25' 8., 10.

A foglalkozás célja, rövid leírása:
Az elektromos áram és a mágneses mező kapcsolatának kísérleti vizsgálata, tudományos szöveg értő olvasása és elemzése.

Fejlesztett gondolkodási készségek, képességek:
összehasonlítás, arányossági gondolkodás, kutatási készségek

Fejlesztett további készségek:
szövegértés

Fejlesztett tartalmi tudás:
Az elektromos áram és az általa létrehozott mágneses mező jellemzői.

Eszközök, anyagok:
füzet, íróeszköz, banándugók, áramforrás, kis mágnesek, vasreszelék, vezetődrótok (melyeket lehet hajlítgatni), különböző menetszámú tekercsek, toroid

Előzetes tudásként feltételezzük a következő fogalmak ismeretét:

- elektromos mező, áramerősség, feszültség;
- mágneses mező.

A foglalkozás menete

- Bevezető kérdések
- Szövegfeldolgozás
- Tanulók kísérlettervezése
- Tanulói hipotézisek
- Vizsgálatok, jegyzőkönyvkészítés
- Következtetések levonása

Bevezető kérdések

- Mit gondoltok, van-e kapcsolat az elektromos és a mágneses kölcsönhatás között?
- Hogyan tudnánk ezt megvizsgálni?
- Mi hozza létre az elektromos mezőt?
- Mire hat az elektromos mező?
- Miben hozzuk létre az elektromos mezőt? (pl. kondenzátorlemezek közt, fémes vezetőben stb.)
- Mi az elektromos áram?
- Hogyan tudunk elektromos áramot létrehozni?
- Milyen anyagok vezetik az elektromos áramot?

Kutatási kérdés

Hogyan mutatható ki egy árammal átjárt fémes vezető körül esetlegesen létrejött mágneses mező?

Szövegfeldolgozás

„1820 tavaszán Oersted előadást tartott diákjainak, amikor meglepő dolog történt. Oersted azt kívánta bemutatni, ahogyan az elektromos áram felmelegít egy platinavezetéket. A kísérleti asztalon azonban egy iránytű is volt, amikor a fenti bemutatót elkezdte. Amikor bekapcsolta az áramot a vezetékbe, azt vette észre, hogy az iránytű egy pillanatra megrezzent, majd kissé elfordult. Amikor pedig kikapcsolta az áramot, az iránytű visszatért eredeti helyzetébe.
Ezt követően szisztematikus kísérletezésbe kezdett az elektromos áram által az iránytűre ható erővel kapcsolatban. Arra volt kíváncsi, hogy az vonzó- vagy taszítóerőként hat a mágnesre. Ezért elmozdította a vezetéket, és a mágnestűhöz képest fölé, mellé, alá helyezte. Megfordította az áram irányát is. Két vezetéket alkalmazott egy helyett. Minden változtatás után megfigyelte az áram hatását a mágnestűre. Végül rájött, hogy az áram egyszerre hoz létre vonzó- és taszítóerőt, a hatás a mágnestű és a vezeték kölcsönös helyzetétől függ.
Több hónapos kísérletezés után megállapította, hogy az elektromos áram által keltett mágneses erő egy teljesen újfajta erő, amely különbözik minden más olyan erőtől, amit Newton leírt. Ez az erő nem egyenes vonalban fejtette ki hatását, hanem egy kör mentén akörül a vezeték körül, amelyben az áram folyt. Tehát az elektromossággal átjárt vezetékek mágneses tulajdonságot mutatnak.” (Zemplén et al., 1963)

Kérdések a szöveg kapcsán

- Milyen jelenséget tapasztalt meg véletlenül Oersted?
- Milyen kutatási kérdéseket tett fel?

- Milyen kísérleteket végzett el a kérdések megválaszolásához?
- Milyen következtetésre jutott?

Tanulói feladatok

Végezzétek el ti is Oersted kísérleteit! Fogalmazzatok meg további kutatási kérdéseket!

A rendelkezésetekre álló eszközök: banándugók, áramforrás (pl. laposelem), kis mágnesek, vasreszelék, vezetődrótok (melyeket lehet hajlítgatni), különböző menetszámú tekercsek, toroid.

További kutatási lehetőségek

Először egyenes áram járta vezető mágneses terét vizsgálják meg a diákok. A szövegben leírtakon kívül érdemes még az áram járta vezetőtől való távolság függvényében is vizsgálni a mágneses mezőt.

Ezt követően még néhány lehetséges formát: az áram járta *körvezető, tekercs* és *toroid* mágneses terét érdemes megvizsgálni.

A tanulók érdeklődésének fenntartására és egyben gondolkodásának fejlesztése céljából érdemes az egyes vezetékformák mágneses terének *bemutatása előtt* megbeszélni a lehetséges *hipotéziseket,* azt, hogy milyen szerkezetű mezőre számítanak a diákok. Mit várnak?

- Milyen lesz az áram járta vezeték körüli mágneses mező, ha az egyenes vezetőt elkezdjük meghajlítani, majd kört formálunk belőle?
- Hogyan alakul a mező szerkezete, ha nem egy darab kör alakú vezetőkeretet alakítunk ki, hanem többet (tekercs)?
- Hogyan alakul a mező szerkezete, ha a tekercset is kör alakúra hajlítjuk (toroid)?

Hasonlítsák össze a különböző jellegű mágneses mezőket, mint az

- áram járta egyenes vezető,
- körvezető,
- tekercs,
- rúdmágnes,
- patkó alakú mágnes által létrehozott mező.

Rajzolják le a mágneses mezőket a különböző esetekben.
Keressenek különböző applikációkat, melyek bemutatják az egyes mezők szerkezetét.
Elő lehet-e állítani „homogén” mágneses mezőt?

AZ OHM-TÖRVÉNY FELFEDEZÉSE – EREDETI ADATOK ELEMZÉSE EXCELBEN

A foglalkozás jellemzői

20-25' 10.

A foglalkozás célja, rövid leírása:
Eredeti mérési adatok elemzése, ábrázolása, bepillantás a kutatás menetébe.

Fejlesztett gondolkodási készségek, képességek:
összehasonlítás, arányossági gondolkodás

Fejlesztett további készségek:
mérési adatok kezelése, azok vizuális megjelenítése, ábrázolása; az Excel program használata

Fejlesztett tartalmi tudás:
Az Ohm-törvény gyakorlása, a feszültség, áramerősség, elektromotoros erő, termoelem, fémes vezető fogalmak alkalmazása.

Eszközök:
füzet, íróeszköz, számítógép

Előzetes tudásként feltételezzük a következő fogalmak ismeretét:

- elektromos mező, áramerősség, feszültség;
- mágneses mező;
- áram mágneses tere.

Mivel az Ohm-törvényt általában hamarabb tanítjuk, mint az áram mágneses hatását, ezért ennek a feladatnak az alkalmazása tudatos előzetes tervezést igényel.

Georg Simon Ohm (1789–1854) német gimnáziumi tanár nevét őrzi a róla elnevezett törvény, melyet 1826-ban alkotott meg. Az ehhez szükséges fogalmakat és a mérőberendezéseket is gyakorlatilag ő alkotta meg.

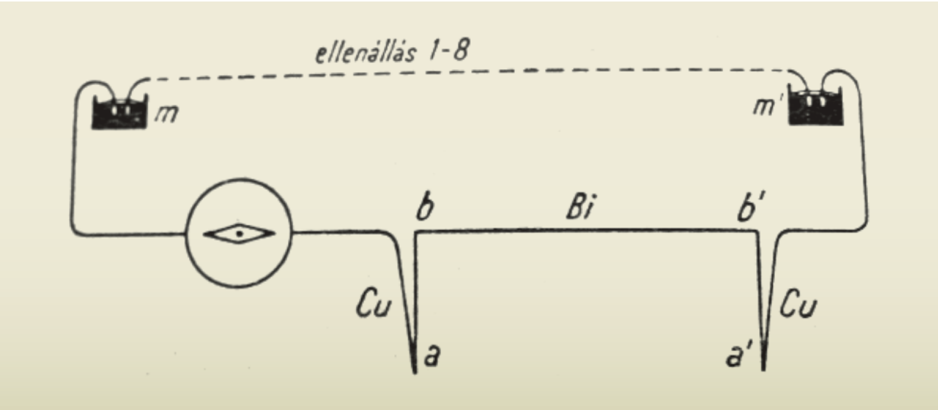
Problémafelvetés

A korszakban már sok és sokféle elektromos jelenséget ismertek, de nem voltak megfelelő mérési eljárások, ezekhez mérőeszközök, sőt, a jelenségek leírásához megfelelő fogalmak sem. Így nem tudtak az elektromos áramkörökre méréseken alapuló, mérési adatokkal alátámasztott mennyiségi összefüggéseket, áramkörökre vonatkozó törvényeket felállítani. Nem váltak még el rendesen az elektromos áramerősség és az áramforrás feszültsége fogalmak sem.

Kutatási kérdések

Milyen összefüggés van az áramforrás feszültsége és az áramkörben mérhető áramerősség között? Hogyan lehet az áramerősséget mérni? Hogyan, milyen mennyiségekkel jellemezhető az áramkörben lévő vezető drót áramvezetés szempontjából? Milyen összefüggés lehet a drót anyaga, hossza és keresztmetszete között? Milyen fizikai mennyiséget lehetne erre bevezetni?

Ohm *kísérleti berendezésének* lényege a következő volt: *áramforrásként termoelemet* használt, mivel ez állandó feszültséget tud adni[4]. Erre azért volt szüksége, mivel a kicsit régebben, 1800-ban feltalált Volta-elem által adott feszültség ingadozott a terhelés hatására. Ezzel szemben a termoelem feszültsége csak a hőmérséklet-különbségtől függ. Ezt Ohm-állandó értéken tudta tartani a mérések alatt. Az egyik Cu-Bi csatlakozást olvadó jégben, azaz 0 °C-on, a másikat pedig forrásban lévő vízben, vagyis 100 °C-on tartotta **(17. ábra).**



17. ábra A mérési elrendezés vázlatrajza (Zemplén et al., 1963, p. 26)

Az *áramerősség méréséhez* szintén egy, az adott korszakban új tudományos eredményt használt fel, nevezetesen az 1820-ban Oersted által felfedezett mágneses hatást. Egy iránytű elfordulásának mértékét vette az áramerőséggel arányosnak. Az iránytűt egy torziós szál végére tette, mellyel nagyon finom elfordulásokat tudott mérni. A torziós mérleg skáláját kicsiny mikroszkóppal nézte.

Áramkörébe különböző ellenállásokat helyezett, és ismerve az elem elektromotoros erejét, az áramerősséget a mágnestű kilengésével mérte, egy általa épített berendezésben.

4 Ohm eredeti német nyelvű cikke:
http://www2.ohm-hochschule.de/bib/textarchiv/Ohm.Bestimmung_des_Gesetzes.pdf

Mérési eredményeit a következő összefüggésben foglalta össze: $X = \dfrac{a}{b+x}$, ahol X gyakorlatilag az áramerősséget jelölte, x a vezetődrót hossza, a változtatott ellenállás volt, a a termoelem elektromotoros ereje, b pedig az áramkör többi részének ellenállása. Ha a és b értékét OHM behelyettesítette a különböző mérési sorozatokba, a *számított* és a *mért értékek* nagyon jó egyezést mutattak.

Kísérleteihez 2 mm vastag rézdrótot használt, melyek hossza 2, 4, 6, 10, 18, 34, 66 és 130 hüvelyk (5,4 cm és 350 cm közötti értékek) voltak. OHM ezekre számokkal hivatkozott cikkében 1-től 8-ig. A **18. ábrán** öt *méréssorozat* adatai láthatók.

Zeit der Beobachtung.	Versuchsreihen.	Leiter.							
		1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
8. Jan.	I.	$326\frac{3}{4}$	$300\frac{3}{4}$	$277\frac{3}{4}$	$238\frac{1}{4}$	$190\frac{3}{4}$	$134\frac{1}{2}$	$83\frac{1}{4}$	$48\frac{1}{2}$
11. Jan.	II.	$311\frac{1}{4}$	287	267	$230\frac{1}{4}$	$183\frac{1}{2}$	$129\frac{3}{4}$	80	46
	III.	307	284	$263\frac{3}{4}$	$226\frac{1}{4}$	181	$128\frac{3}{4}$	79	$44\frac{1}{2}$
15. Jan.	IV.	$305\frac{1}{4}$	$281\frac{1}{2}$	259	224	$178\frac{1}{2}$	$124\frac{3}{4}$	79	$44\frac{1}{2}$
	V.	305	282	$258\frac{1}{4}$	$223\frac{1}{2}$	178	$124\frac{3}{4}$	78	44

18. ábra Az öt méréssorozat adatai (forrás: Szegedi, 2013, p. 244)

A **19. ábrán** pedig OHMnak a fenti összefüggés segítségével számított eredményei láthatók. A b értéke 20,25, a értékei pedig rendre 7285, 6965, 6885, 6800 és 6800 voltak.

Versuchsreihen.	Leiter.							
	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
I.	328	$300\frac{1}{2}$	$277\frac{1}{2}$	$240\frac{3}{4}$	$190\frac{1}{2}$	$134\frac{1}{2}$	$84\frac{1}{4}$	$48\frac{1}{2}$
II.	313	$287\frac{1}{4}$	$265\frac{1}{3}$	$230\frac{1}{4}$	182	$128\frac{1}{3}$	$80\frac{3}{4}$	$46\frac{1}{4}$
III.	$309\frac{1}{2}$	284	$262\frac{1}{3}$	228	180	127	$79\frac{3}{4}$	$46\frac{1}{4}$
IV.	$305\frac{1}{2}$	$280\frac{1}{2}$	259	$224\frac{3}{4}$	$177\frac{3}{4}$	$125\frac{1}{4}$	79	45
V.	$305\frac{1}{2}$	$280\frac{1}{2}$	259	$224\frac{3}{4}$	$177\frac{3}{4}$	$125\frac{1}{4}$	79	45

19. ábra A számított eredmények (forrás: Szegedi, 1963, p. 245)

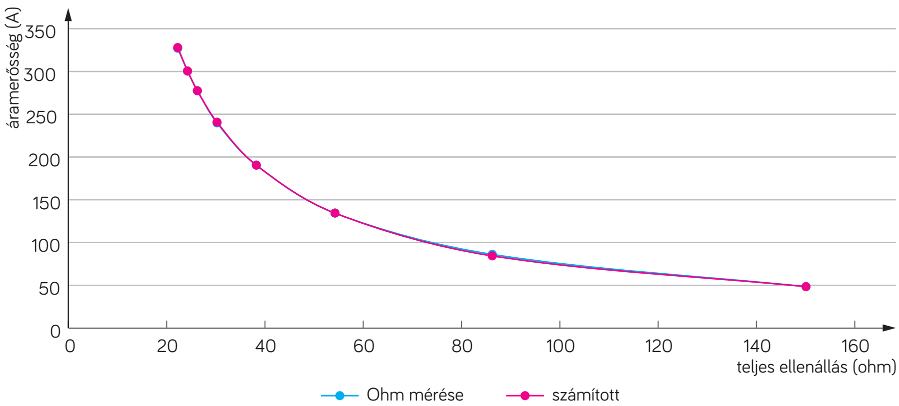
Tanulói feladat

Vizsgáljuk meg, hogy mennyire voltak pontosak Ohm mérései saját számításai szerint! Ábrázoljuk valamelyik összetartozó mérési és számítási adatsorpárt egyazon ábrában! Válasszuk például mindkét sorozatból az első sor adatait (**20. ábra**)!

Mint az ábrából látható, alig van különbség a mért és a számított értékek közt!

20,25 + *x*

teljes ellenállás	22,25	24,25	26,25	30,25	38,25	54,25	86,25	150,25
Ohm mérése	326,75	300,75	277,75	238,25	190,75	134,50	88,25	48,50
számított	328,00	300,50	277,50	240,75	190,50	134,50	84,50	48,50



20. ábra Ohm mért és számított adatainak Excel-ábrája

Ohm nemcsak egyszerűen a feszültség, az áramerősség és az ellenállás viszonyát határozta meg, hanem az áramkörbe iktatott ellenállásoknak – melyek különböző fémhuzalok voltak – a vezető hosszától, keresztmetszetétől és anyagától való függését is. Ő vezette be a vezető anyagi minőségére jellemző fajlagos vezetőképesség fogalmát. A különböző anyagok között ellenállási sorrendet állapított meg, mennyiségi viszonyokat fogalmazott meg. Egy-egy precíz mérés több órát vett igénybe. A mérések közt is legalább egy óra szünetet tartott, míg beállította a megfelelően zavarásmentes körülményeket. Ohm középiskolai tanár létére ismerte korának legújabb felfedezéseit, melyeket fel is használt munkája során!

A GALVÁNELEMBŐL KIVEHETŐ MAXIMÁLIS TELJESÍTMÉNY MATEMATIKAI VIZSGÁLATA

A foglalkozás jellemzői

25-30' 10.

A foglalkozás célja, rövid leírása:
A tanulók egy konkrét gyakorlati problémán keresztül ismerkednek az áramkörök tulajdonságaival.

Fejlesztett gondolkodási készségek, képességek:
arányossági gondolkodás

Fejlesztett további készségek:
adatok ábrázolása, grafikonok készítése és elemzése, az Excel program használata

Fejlesztett tartalmi tudás:
Az elektromos teljesítmény változása az áramkör egyes elemein.

Eszközök:
füzet, íróeszköz, számítógép

A foglalkozás menete

- A tanulók elolvassák a feladatot, majd egyénileg gondolkoznak azon.
- A tanulók ötleteiket csoportban, majd a tanárral közösen is megbeszélik.
- Függvények ábrázolása önkényesen felvett adatok segítségével, lehetőleg az Excel program segítségével.
- Következtetések megfogalmazása.

Előzetes tudásként feltételezzük a következő fogalmak ismeretét:

- elektromos mező, áramerősség, feszültség;
- elektromotoros erő, kapocsfeszültség;
- elektromos teljesítmény;
- Ohm törvénye.

Kutatási feladat

„Galvánelemünk elektromotoros ereje 1 V, belső ellenállása 100 ohm.”[5]

- Mekkora külső ellenállást kapcsoljunk hozzá, ha maximális teljesítményt szeretnénk belőle kivenni?
- Mekkora ez a teljesítmény?

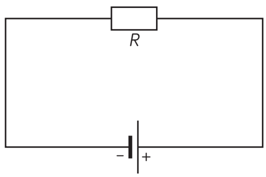
5 A feladat ötletét a Dér, Radnai, & Soós (1974). *Fizikai feladatok II.* **19.13**. és **47.** feladatai adták.

Ábrázoljuk a következőket:

- áramerősség – a külső ellenállás függvényében,
- kapocsfeszültség – a külső ellenállás függvényében,
- a fogyasztóra eső teljesítmény – a külső ellenállás függvényében!

Lehetséges megoldás

Mielőtt elkezdjük az összefüggéseket felírni, gondoljuk végig, mintegy *hipotézisként,* hogy milyen függvényekre számítunk az egyes esetekben! Rajzoljuk fel az egyszerű áramkört **(21. ábra)**!



21. ábra Az ellenállást és a telepet tartalmazó egyszerű áramkör

Áramerősség – a külső ellenállás függvényében: minél nagyobb a külső ellenállás, várhatóan annál kisebb lesz az áramerősség. Tehát a függvény *tart a nullához.* Behelyettesítve az adatokat az áramerősség az ellenállás $I(R)$ függvény a következő:

$$I=\frac{U_e}{R_b+R}=\frac{1}{100+R}$$

Kapocsfeszültség – a külső ellenállás függvényében: a kapocsfeszültség a külső ellenálláson eső feszültséget jelenti. Ezért arra számítunk, hogy az annál nagyobb lesz, minél nagyobb a külső ellenállás, hiszen a teljes feszültség (az 1 V) arányosan egyre nagyobb része esik azon. A görbének az 1 V *maximális értékhez kell tartania.* Tehát egy úgynevezett telítésbe menő görbe kell, hogy legyen. Az adatok beírásával az $U(R)$ függvény:

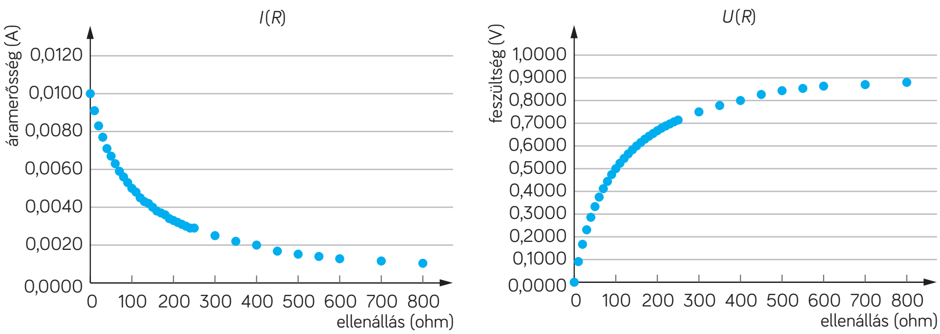
$$U_k=I\cdot R=\frac{R}{100+R}$$

A fogyasztóra eső teljesítmény – a külső ellenállás (mely a fogyasztó) függvényében: a külső ellenálláson leadott teljesítményt az előző két függvény szorzataként számítjuk ki. Az egyik monoton csökkenő, a másik pedig monoton növekvő függvény. A kettő szorzata minden bizonnyal *maximumhellyel fog rendelkezni.* Az adatok beírásával a $P(R)$ függvény:

$$P=U_k\cdot I=\frac{R}{(100+R)^2}$$

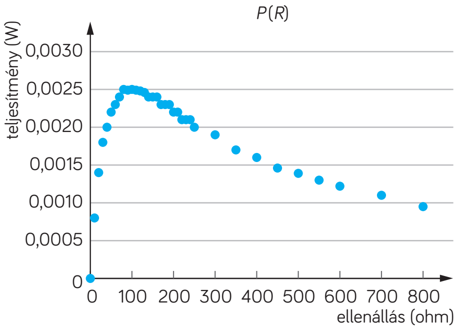
A függvények megrajzolásához alkalmazzuk az Excel programot! Célszerű a számolást sok esetben (sok ellenállás-értéknél) elvégeztetni a programmal, mintegy ráhúzni a megfelelő képletet a megfelelő cellákra. Esetünkben ezek az adatok tekinthetők a „mérési adatoknak", illetve így kezelhetjük. A maximumérték közelében érdemes több tizedesjeggyel számoltatni. A számítások eredményei az alábbi táblázatban láthatók. A grafikonok elkészítéséhez ebből kell kivenni a megfelelő oszlopokat **(22. a és b ábra)**.

R (ohm)	*I*(*R*)	*U*(*R*)	*P*(*R*)	
0	0,0100	0,000	0,0000	
10	0,0091	0,091	0,0008	
20	0,0083	0,167	0,0014	
30	0,0077	0,231	0,0018	
40	0,0071	0,286	0,0020	
50	0,0067	0,333	0,0022	
60	0,0063	0,375	0,0023	
70	0,0059	0,412	0,0024	
80	0,0056	0,444	0,0025	
90	0,0053	0,474	0,00249	
100	0,0050	0,500	0,00250	max.
110	0,0048	0,524	0,00249	
120	0,0045	0,545	0,00248	
130	0,0043	0,565	0,00246	
140	0,0042	0,583	0,0024	
150	0,0040	0,600	0,0024	
160	0,0038	0,615	0,0024	
170	0,0037	0,630	0,0023	
180	0,0036	0,643	0,0023	
190	0,0034	0,655	0,0023	
200	0,0033	0,667	0,0022	
210	0,0032	0,677	0,0022	
220	0,0031	0,688	0,0021	
230	0,0030	0,697	0,0021	
240	0,0029	0,706	0,0021	
250	0,0029	0,714	0,0020	
300	0,0025	0,750	0,0019	
350	0,0022	0,778	0,0017	



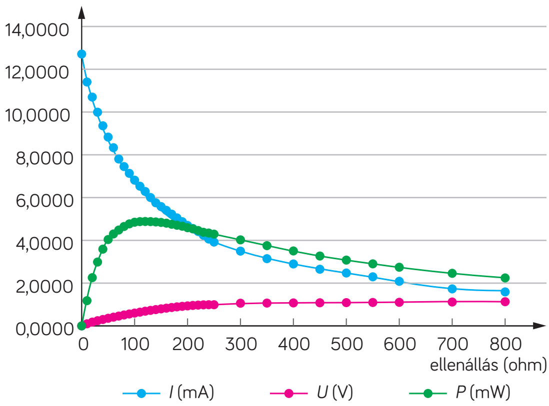
22/a ábra Az *I*(*R*) és az *U*(*R*) függvények

A két függvény szorzata, melynek *valóban maximuma* van **(22/b ábra)**.



22/b ábra Az $I(R)$ és az $U(R)$ függvények szorzata

Lehet egy grafikonban is ábrázolni a három függvényt **(23. ábra)**.



23. ábra A három függvény

A teljesítmény–ellenállás függvényből látható, hogy *a külső ellenálláson kivehető teljesítménynek maximuma van, ahogy az az előzetes meggondolásokból adódik.* Ez az ellenállásérték éppen megegyezik a telep belső ellenállásával, tehát 100 ohm. A maximális teljesítmény értéke pedig 2,5 mW.

A maximum helye a függvény deriválásával, majd a derivált 0-val való egyenlővé tételével is meghatározható. Ez persze nem egyszerű feladat, mivel hányados függvényről van szó.

$$P = \frac{R}{(100+R)^2}$$

deriválás

$$P' = \frac{(100+R)^2 - R \cdot 2(100+R)}{(100+R)^4}$$

A függvény zérushelyét keressük, amely megadja a szélsőérték helyét: $P' = 0$.
$100 + R$ nem lehet nulla, ezért a számláló zérushelye csak

$$100 + R - 2 \cdot R = 0, \qquad \text{innen} \quad R = 100 \text{ ohm}.$$

Vagyis az elem egy olyan ellenálláson adja le a legnagyobb teljesítményt, mely azonos a belső ellenállásával. A grafikus megoldás esetében is ezt kaptuk.

A feladat grafikus megoldása az Excel használatával némileg interaktív is lehet, ha változtatjuk a telep elektromotoros erejét és belső ellenállását. Ehhez az előbbi két értéket tartalmazó cellára kell hivatkoztatni az áramerősség számítását.

Jelen példából az is látható, hogy az Excel használata lehetővé teszi, hogy bonyolult matematikai ismeret nélkül is megkapjuk az eredményt.

AZ ELEKTROMÁGNESES INDUKCIÓ FELFEDEZÉSE

A foglalkozás jellemzői

20' 10.

A foglalkozás célja, rövid leírása:
Az elektromos és a mágneses mező kapcsolatának vizsgálata; Faraday felfedezésének nyomon követése tudományos szöveg értő olvasása és elemzése révén.

Fejlesztett gondolkodási készségek, képességek:
összehasonlítás, analógiás gondolkodás, kutatási készségek

Fejlesztett további készségek:
szövegértés

Fejlesztett tartalmi tudás:
indukált feszültség létrehozása

Eszközök:
füzet, íróeszköz, banándugók, különböző menetszámú tekercsek, mágnesek, feszültségmérő műszer

Problémafelvetés
Az áramnak van mágneses hatása, az áramvezetőt mágneses mező veszi körül, melyet Oersted 1820-as vizsgálataiból lehetett tudni. Vagyis az elektromos mező hatására mozgásba jövő töltések maguk körül mágneses mezőt hoznak létre. Az a gondolat, hogy a mágnességnek elektromos áramot kell létrehoznia, mivel az

elektromos áram is létrehoz mágnességet, ebben az időben már a levegőben volt. Faraday megszállottan kutatta a jelenséget.

Előzetes tudásként feltételezzük a következő fogalmak ismeretét: elektromos mező, áramerősség, feszültség.

Idézetek Faraday naplójából:

> 1822.: „Alakítsd át a mágnességet villamossággá."
> 1831. augusztus 29.: „A B oldalon levő tekercsekből egy tekercset csináltam, végeit pedig összekötöttem rézdróttal, amely közvetlenül egy mágnestű fölött haladt el (3 láb távolságra a vasgyűrűtől). Azután összekötöttem az A oldali egyik tekercs végeit a teleppel; azonnali hatás mutatkozott a tűn. Rezgett, és végül az eredeti helyzetben került nyugalmi állapotba. Mikor megszakítottam az A - oldal kapcsolását a teleppel, ismét jelentkezett a tű ingadozása."

Vagyis mai szóhasználatunkkal az egyik tekercsen áthaladó elektromos áram egy, a közelben lévő másik tekercsben áramot indukált.

> 1831. október 17.: „57. Kísérletek O-val. A henger egyik végén levő 8 tekercsvégződést megtisztítottam, és nyalábbá kötöttem össze. Ugyanígy a másik 8 végződést is. Ezeket az összekötött végeket aztán hosszú rézdrótok segítségével a galvanométerrel kötöttem össze – azután egy 3/4 hüvelyk átmérőjű és 8 1/2 hüvelyk hosszú henger alakú rúdmágnes egyik végét bedugtam a henger alakú tekercs végébe – utána gyorsan egész hosszában bedugtam, amire a galvanométer tűje megmozdult, amikor kihúztam, a tű ismét megmozdult az ellenkező irányban. Ez a hatás minden alkalommal megismétlődött, ha a mágnest a hengerbe tettem, vagy onnan kivettem, és ennek következtében elektromos hullám keletkezett pusztán a mágnes közelítése miatt, nem pedig attól, hogy ott van a mágnes.
>
> 58. A tű nem maradt meg elfordult helyzetében, minden alkalommal visszatért a helyére. A mozgások sorrendje a fordítottja volt az előző kísérletek sorrendjének – a mozgás iránya megfelelt az előző kísérletnek, vagyis a tű igyekezett a gerjesztő mágnessel párhuzamos helyzetbe kerülni, mivel a drótnak és az azonos nevű pólusoknak ugyanazon oldalán volt, ugyanabban az irányban." (idézi: Gamov, 1965, p. 152–153)

Kérdések a szövegekhez

- Mi volt Faraday kutatási kérdése? Milyen feladatot tűzött maga elé?
- Milyen vizsgálatokat végzett?
- Milyen eszközöket alkalmazott?

- Milyen eredményeket kapott?
- Milyen mérőműszert használt?
- Hogyan mutatta ki a keresett jelenséget?

Feladat

- Ismételjétek meg Faraday kísérleteit!
- Terjesszétek ki Faraday vizsgálatainak körét! Milyen függéseket vizsgálnátok még?
- Alkossatok hipotéziseket arra, hogy mitől és hogyan függhet az indukált elektromos mező!

A rendelkezésetekre álló eszközök: banándugók, vezetődrótok, különböző menetszámú tekercsek, mágnesek, feszültségmérő műszer.

Az elektromos áram indukálása a tekercsben dinamikus jelenség. Az áram csak addig létezett, ameddig Faraday a mágnest betolta vagy kihúzta a tekercsből. Sok fizikus igyekezett megfigyelni a hatást, de csak statikusan elrendezett mágnesekkel, drótokkal próbálkoztak.

A Faraday által elvégzett vizsgálatok sorát természetesen érdemes kiterjeszteni. Célszerű vizsgálni a tekercs *menetszámától* való függést, *egy vagy több rúdmágnest* ki- és betolni, *gyorsabban és lassabban* ki- és betolni, stb. Az egyes jelenségek megfigyelése előtt mindig alkossanak hipotéziseket a tanulók!

Néhány további feladat

- Hasonlítsuk össze az elektrosztatikus mezőt az indukció során keletkező elektromos mezővel!

Az időben változó mágneses mező elektromos mezőt hoz létre, indukál maga körül. Az indukció útján keletkező elektromos mező lényegesen különbözik az elektrosztatikus mezőtől. Ez utóbbinak ugyanis mindig töltésekben kezdődő és végződő erővonalai vannak, ami egy örvénymentes mezőt alkot. Az indukció során keletkező elektromos mező viszont a zárt erővonalak miatt örvényes mező.

- Hasonlítsátok össze az elektromágneses indukció jelenségét az elektromos megosztással!
- Mennyi ideig tart az elektromos megosztás, ha a test egy töltött test környezetében található? Ehhez képest a mágnes közelében lévő zárt vezetőkörben csak milyen esetben folyik áram?
- Hasonlítsátok össze a tekercs és a kondenzátor ellenállását egyen- és váltóáramú áramkörben!

- Hasonlítsátok össze az elektromos rezgőkört és a fonálinga lengését, vagy a rugóhoz erősített test rezgését!
- Hasonlítsátok össze a fémes vezetőket, az ionos vezetőket és a félvezetőket többféle szempontból! Alkossatok szempontokat az összehasonlításhoz!
- Menjetek be egy elektrotechnikai boltba, vagy böngésszétek egy elektronikai webshop kínálatát, és nézzétek meg, hogy milyen ellenállásokat, kondenzátorokat lehet ott kapni! Melyik milyen célra használható?
- Nézzetek utána, hogy milyen mérőberendezésben alkalmaznak kondenzátort, illetve tekercset!

PTOLEMAIOSZ EREDETI MÉRÉSI ADATAINAK FELDOLGOZÁSA EXCELBEN

A foglalkozás jellemzői

15-20' 11.

A foglalkozás célja, rövid leírása:
Ptolemaiosz eredeti mérési adatainak elemzése, ábrázolása.

Fejlesztett gondolkodási készségek, képességek:
összehasonlítás, arányossági gondolkodás

Fejlesztett további készségek:
szövegértés, mérési adatok kezelése, azok vizuális megjelenítése, ábrázolása, az Excel program használata

Fejlesztett tartalmi tudás:
A törési törvény gyakorlása.

Eszközök:
füzet, íróeszköz, számítógép

A foglalkozás menete

- A tanulók elolvassák a szöveget, megvizsgálják Ptomemaiosz eredeti táblázatait.
- Excel program segítségével ábrázolják azok adatait, majd a szögek szinuszait is ábrázolják.
- Összehasonlítják az egyenes paraméterét a víz törésmutatójával.

Előzetes tudásként feltételezzük a következő fogalmak ismeretét: beesési szög, törési szög, törési törvény, törésmutató.

Tanulói feladatlap

Olvassátok el az alábbi leírást Ptolemaiosz vizsgálatairól, majd oldjátok meg a feladatokat!

Az ókori görög gondolkodókat úgy tartjuk nyilván, hogy nem igazából végeztek kísérleteket, de ez nem teljesen így van. Ptolemaiosz (Ptolemais Hermiou, i. sz. 90 körül – Alexandria, i. sz. 168), akinek a világ földközéppontú világmodellje másfél évezreden keresztül uralkodó elmélet volt, leírt kísérleteket, méghozzá mérőkísérletet a fény törésével kapcsolatban *Optika* című könyvében, mely csak arab fordításban maradt fenn.

> „A fénysugarakat kétféle módon lehet változtatni: visszaveréssel, vagyis visszapattanással a tükörnek nevezett tárgyakról, amelyek nem teszik lehetővé a behatolást, és hajlítással (vagyis töréssel) olyan közegek esetében, amelyeknél lehetséges a behatolás, ezeknek közös elnevezése van (átlátszó anyagok), mert a fénysugár keresztülhatol rajtuk.” (idézi Gamov, 1965, p. 34.)

Ptolemaiosz a következő táblázatot állította össze a levegőben mért különböző beesési szögekhez tartozó, vízben való törési szögekre.

Szög a levegőben, beesési szög (°)	Szög a vízben, törési szög (°)
10	8
20	15,5
30	22,5
40	28
50	35
60	40,5
70	45
80	50

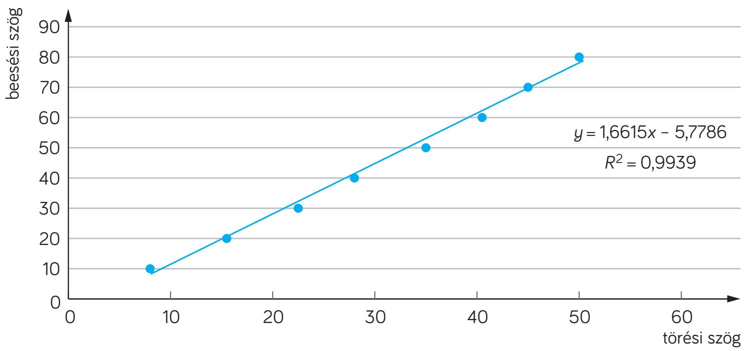
14. táblázat Ptolemaiosz mérése a levegőből vízbe történő fénytörés esetében (Gamov, 1965, p. 35 nyomán)

Ptolemaiosz tanulmányozta a fény törését a levegő és az üveg határfelületén is, és azt találta, hogy ebben az esetben kisebb lesz a törési szög, mint a víz esetében. Mérései alapján arra gondolt, hogy a beesési szöggel egyszerűen arányos a törési szög. A szögek szinuszaitól való függést nem ismerte fel. Pedig megtehette volna, mivel az ívek és a húrok közti összefüggés törvénye mint matematikai eszköz már rendelkezésre állt. Sőt, maga PTOLEMAIOSZ is alkalmazta csillagászati megfigyelései kapcsán. De nyilván nem gondolt rá, ténylegesen nem is egyszerű.

Feladatok

- Ábrázoljuk a mérési adatokat az Excel program segítségével!
- Mit állapíthatunk meg? Rossz volt PTOLEMAIOSZ elképzelése?
- Hogyan gondolkodunk ma erről? Nézzük meg, hogy mai modellünk jobb-e!

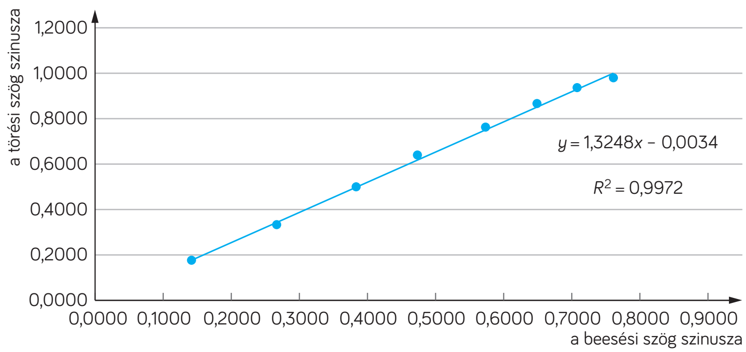
Lehetséges megoldás



24. ábra Ptolemaiosz mérési adatai: a törési és a beesési szög viszonya

Ptolemaiosz mérési adatai

Az ábrán az látható, hogy PTOLEMAIOSZ mérési adataihoz elég jó pontossággal egyenes illeszthető (**24. ábra**). Nézzük meg, hogy a szögek szinuszai esetében pontosabb lesz-e az illesztés!



25. ábra Ptolemaiosz mérési adatainak szinuszos transzformációja

Amint az ábrán látható, a szögek szinuszai jobban illeszkednek egy egyenesre (25. ábra). Az egyenes meredeksége, mely a törésmutató, egészen jó értéket ad a vízre, és az egyenes majdnem az origóból indul. Tehát PTOLEMAIOSZ igen jól mért!

Példánk alapján látható, hogy a törési törvény szinuszos voltának a felismerése pusztán a szögek mérései, mint mérési eredmények alapján nem várható el. Ehhez a fénysugár geometriai és hullámmodelljére, tehát egy határozott elméleti keretre is szükség volt!

HŐTAN ÉS ENERGIA

KÜLÖNBÖZŐ ANYAGOK FAJHŐJE

A foglalkozás jellemzői

15-20' 7-8.

A foglalkozás célja, rövid leírása:
különböző anyagok fajhőjének összehasonlítása

Fejlesztett gondolkodási készségek, képességek:
összehasonlítás, összefüggések felismerése, oksági magyarázatok keresése, kapcsolatteremtés a kémia és a földrajz tantárgyakkal

Fejlesztett további készségek:
mérési adatok kezelése, azok vizuális megjelenítése, ábrázolása

Fejlesztett tartalmi tudás:
a fajhő fogalmának elmélyítése

Eszközök:
füzet, íróeszköz, számítógép

A foglalkozás menete

- A fajhő fogalmának átismétlése
- Számításos feladatok a fajhő fogalmának felhasználásával
- Fajhőadatok keresése a függvénytáblázatban vagy internetes táblázatban
- Összehasonlítási szempontok keresése
- Néhány Excel-ábra elkészítése

Előzetes tudásként feltételezzük a következő fogalmak ismeretét: fajhő, időjárás, éghajlat, periódusos rendszer.

Feladat

A függvénytáblázat nagyon sok, az anyagok különböző tulajdonságait jellemző adatot tartalmaz, melyeket érdemes vizsgálat alá vonni és értelmezni. Vizsgáljuk meg a különböző anyagok fajhőjét, hasonlítsuk össze azokat!

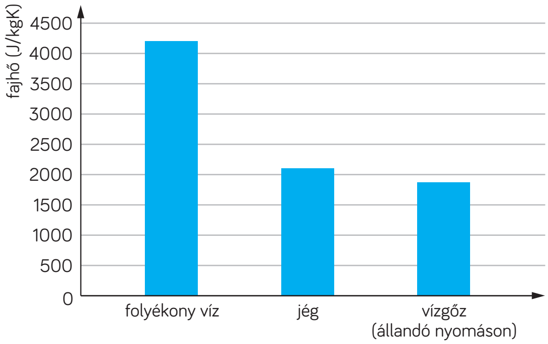
- Alkossunk először összehasonlítási szempontokat!
- Készítsünk Excel-ábrát a fajhőviszonyok szemléletessé tételéhez!

Lehetséges megoldás

Összehasonlítási szempont lehet például az anyagok

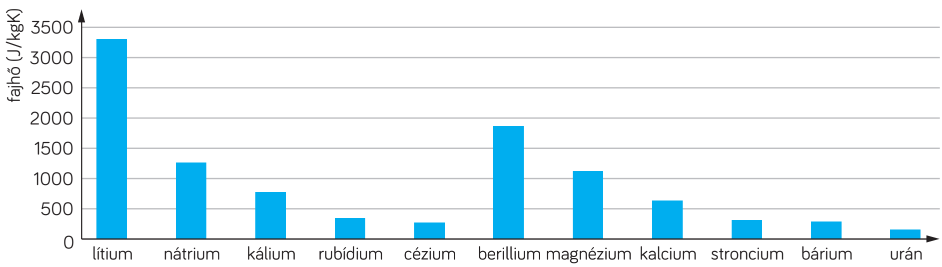
- halmazállapota,
- az elem periódusos rendszerben elfoglalt helye,
- típusa (pl. elem vagy vegyület) stb.

Hasonlítsuk össze a víz három halmazállapotában a fajhőértékeket! Ábrázoljuk a táblázatokban talált adatokat! A **26. ábrán** látható, hogy a folyékony halmazállapotban a legnagyobb, míg gázhalmazállapotban a legkisebb a víz fajhője.



26. ábra A víz fajhője a három halmazállapotban

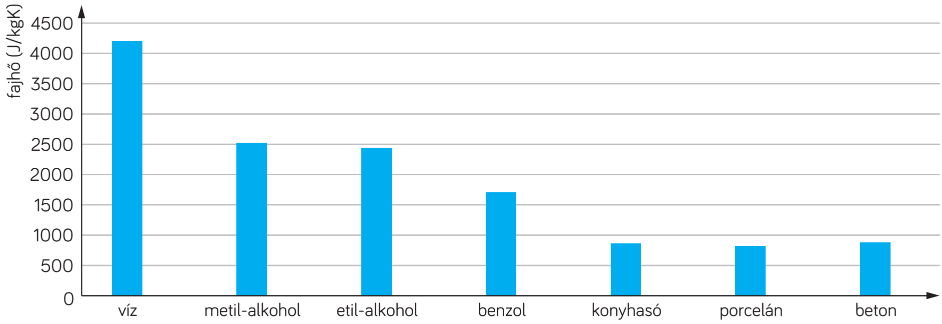
Érdemes néhány elemcsoport esetében is megvizsgálni a fajhőket. Például nézzünk néhány fémet, mondjuk az *alkálifémeket,* az *alkáliföldfémeket,* és legyen egy a periódusos rendszer végéről, az *urán!*



27. ábra Különböző fémek fajhői

A **27. ábra** alapján érdekes összefüggést lehet felfedezni az egyes csoportokon belül. Nevezetesen azt, hogy a periódusos rendszerben az oszlopban lefelé haladva csökken az elemek fajhője. Ez figyelhető meg a lítiumtól a céziumig, illetve a berilliumtól a báriumig. Az ábrázoltak közül az uráné a legkisebb, melynek a legnagyobb a rendszáma, illetve a tömegszáma is a vizsgált fémek esetében. Tehát a fémek fajhője minden bizonnyal függ a tömegszámtól, mégpedig azzal fordított arányban lehet. Minél nagyobb egy anyag atomjának a tömege, annál kisebb az anyag fajhője.

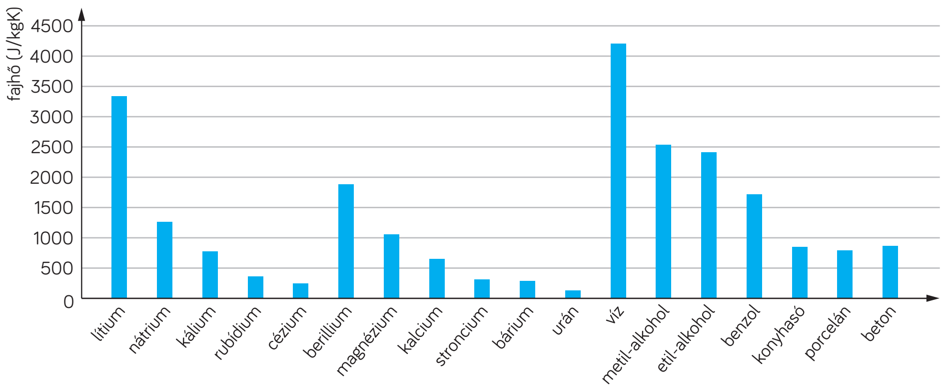
Az alábbi grafikonon néhány vegyület fajhőjét ábrázoltuk:



28. ábra Különböző vegyületek/keverékek fajhői

A **28. ábra** alapján azt lehet elmondani, hogy a vegyületek/vegyületkeverékek (porcelán, beton) fajhője rendkívül különböző lehet.

Érdemes lehet a két ábrában ábrázolt anyagok fajhőit egy ábrában is megjeleníteni, esetleg még továbbiakkal is kiegészíteni **(29. ábra)**. Melyik anyagnak a legnagyobb a fajhője? Milyen következményei vannak ennek?



29. ábra Különböző anyagok fajhői

Észrevehetjük, hogy a víznek kiemelkedően nagy a fajhője, aminek a földi időjárás alakulásában van óriási szerepe.

Kiegészítési lehetőségek a felsőbb évfolyam számára:

- gázok állandó térfogaton és állandó nyomáson vett fajhője,
- a fajhő hőmérsékletfüggése.

A MÓLHŐ – EREDETI ADATOK EXCELBEN

A foglalkozás jellemzői

15-20' 10.

A foglalkozás célja, rövid leírása:
Eredeti mérési adatok kezelése, történeti szöveg elemzése és értékelése.

Fejlesztett gondolkodási készségek, képességek:
összehasonlítás, oksági gondolkodás

Fejlesztett további készségek:
szövegértés, mérési adatok vizuális megjelenítése, függvényábrázolás

Fejlesztett tartalmi tudás:
A fajhő, mólhő fogalmak és az anyag részecskeképének elmélyítése.

Eszközök:
füzet, íróeszköz, számítógép

A foglalkozás menete

- A fajhő fogalmának átismétlése
- Néhány számításos feladat a fajhő fogalmának felhasználásával
- Az eredeti adatokat tartalmazó történeti szöveg elolvasása, majd a feltett kérdések megválaszolása
- Excel-ábrák elkészítése

Előzetes tudásként feltételezzük a következő fogalmak ismeretét: fajhő, móltömeg, mólhő, periódusos rendszer.

Tanulói feladatlap

Olvassátok el a szöveget, majd válaszoljatok a kérdésekre!

Az anyagok fajhőjét két francia kutató tette alapos vizsgálat tárgyává a 19. század elején, Pierre-Louis Dulong (Rouen, 1785 – Párizs, 1838) és Alexis-Thérèse Petit (Vesoul, 1791 – Párizs, 1820) „A hőelmélet néhány fontos kérdésének vizsgálata” című cikkükben, mely az *Annales de Chimie et de Physique* francia folyóiratban jelent meg 1819-ben. Ebben kimutatták, hogy a fajhő bizonyos esetekben fordítottan arányos a relatív atomtömeggel. Eredeti, a cikkben szereplő mérési eredményeik a **15. táblázatban** láthatók.

Anyag	Vízhez viszonyított fajhő	Oxigénhez viszonyított atomsúly	Szorzat
Bizmut	0,0288	13,30	0,3830
Ólom	0,0293	12,95	0,3794
Arany	0,0298	12,43	0,3704
Platina	0,0314	11,16	0,3504
Ón	0,0514	7,35	0,3778
Ezüst	0,557	6,75	0,3760
Cink	0,0927	4,03	0,3736
Tellúr	0,0912	4,03	0,3675
Réz	0,0949	3,96	0,3755
Nikkel	0,1035	3,69	0,3819
Vas	0,1100	3,39	0,3731
Kobalt	0,1498	2,46	0,3685
Kén	0,1880	2,01	0,3781

15. táblázat Néhány elem oxigénhez viszonyított atomsúlya és vízhez viszonyított fajhője

Idézetek az írásból:

„A számokra pillantva figyelemre méltóan egyszerű összefüggést fedezünk fel, és ebből olyan fizikai törvényre következtethetünk, amely az összes elemi anyagra kiterjeszthető és általánosítható. Ezek a szorzatok, amelyek a különböző atomok hőkapacitásait fejezik ki, olyan közel esnek egymáshoz, hogy a csekély különbségek semmi másból nem származhatnak, mint a hőkapacitások mérésével vagy a kémiai elemzéssel járó elkerülhetetlen hibákból, különösen akkor, ha meggondoljuk, hogy egyes esetekben a kétféle hiba egymást erősítheti az eredményben. Az általunk megvizsgált anyagok száma és sokfélesége miatt a most megmutatott összefüggést lehetetlen puszta véletlennek tekinteni. Jogosnak tartjuk ezért a következő törvény elfogadását: Az összes egyszerű test atomjának pontosan ugyanaz a hőkapacitása."

Később: „Bárhogyan vélekedjünk is erről az összefüggésről, a kémiai elemzés eredményének próbaköveként szolgálhat, és egyes esetekben ez lehet a legpontosabb módszer bizonyos kombinációk arányainak megállapítására. De ha további munkánk során semmilyen tényező nem gyengíti jelenlegi elképzelésünk valószínűségét, a törvény azzal a további előnnyel is jár, hogy jól definiált, egységes módszert ad a közvetlen vizsgálatba bevonható összes egyszerű test relatív atomtömegének megállapítására." (Forrás: http://chemonet.hu/hun/olvaso/histchem/ho/dp.html)

A szöveg alapján válaszolj az alábbi kérdésekre!

- Mi lehetett a kutatók hipotézise, amiért ezt az összehasonlítást megtették, illetve a sok mérést elvégezték?
- Alátámasztotta-e az adatsor a hipotézist?
- Napjainkban e helyett milyen adatokat használunk fel? Vajon a két kutató miért ezeket az adatokat használta?

Ábrázold az eredeti adatokat!

Nézz utána a napjainkban elfogadott értékeknek, és azokat is ábrázold!

Vizsgáld meg néhány só, például a konyhasó mólhőjének értékét! Először alkoss hipotézist, hogy mekkora lehet a mólhő értéke, majd nézz utána a mért adatoknak!

Lehetséges megoldás
Érdekes megfigyelni, hogy egyes atomok hőkapacitásáról beszélnek a szerzők. Ma ezt úgy mondanánk, hogy azonos darabszámú atomokból álló anyagmennyiségek, melyek egységéül a mólt használjuk. Szóval az azonos számú atomot tartalmazó anyagdarabok hőkapacitása azonos. Ez volt a *hipotézis,* melyet a mérések ragyogóan alá is támasztottak.

Érdekes megfigyelni, hogy az atomtömegeket az oxigénhez viszonyították, mivel abban az időben még nem dőlt el egységesen, hogy mi a viszonyítási alap. A fajhőket pedig a vízhez, mely napjainkban nem viszonyszám. Ennek oka valószínűleg az lehetett, hogy a fémek fajhőjét vízben mérték. Például hideg vízbe tették a felmelegített fémdarabot, és mérték a kialakuló közös hőmérsékletet.

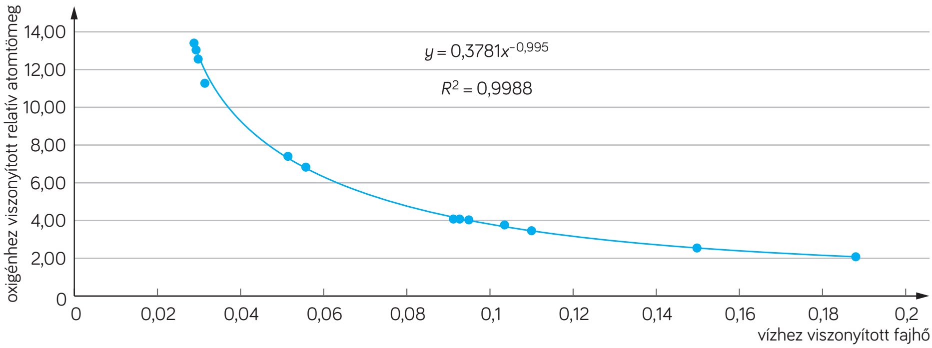
A tanulói mérésnél célszerű forrásban lévő vízben tartani a mérendő fémdarabot, hiszen így tudjuk, hogy 100 °C-os a hőmérséklete, majd gyorsan át kell tenni a fémet hideg vízbe és mérni a kialakuló közös hőmérsékletet. Egyszerű közelítő mérésnél a kaloriméter hőkapacitását elhanyagolva a következő egyenlet írható fel a fém által a vízből felvett energiára:

$$c_{\text{fém}} \cdot m_{\text{fém}} \cdot \Delta T_{\text{fém}} = c_{\text{víz}} \cdot m_{\text{víz}} \cdot \Delta T_{\text{víz}},$$

amiből a fém fajhőjének és a víz fajhőjének aránya kifejezhető.
De ténylegesen a vízzel együtt a kaloriméter is felmelegszik, így annak az energiafelvételét is figyelembe kell venni. Ehhez előbb meg kell határozni a kaloriméter hőkapacitását, amit különösen régebben, vízértéknek is neveztek. A kaloriméter vízértéke (m_v) alatt értjük azon vízmennyiség m_v tömegét, amelynek $c_v \cdot m_v$ hőkapacitása megegyezik a kaloriméter hőkapacitásával, vagyis azt a vízmennyiséget, amellyel a kaloriméter hőfelvétel szempontjából helyettesíthető.[6]

6 http://fft.szie.hu/fizika/fizika1/2016-17/lev/meres2_kalorimetria.pdf

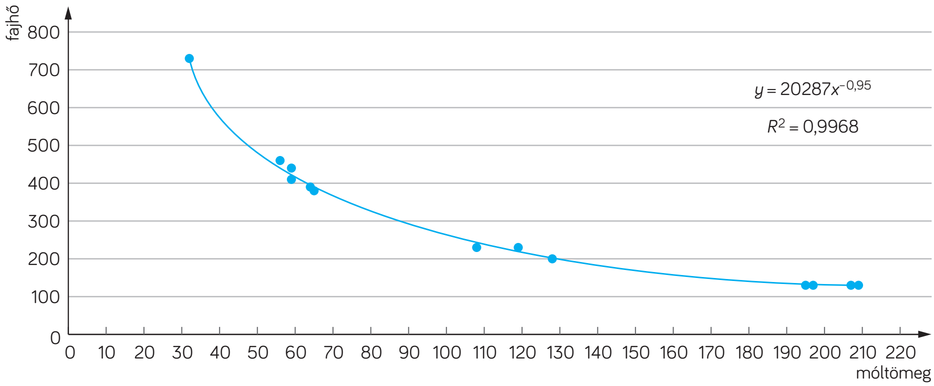
Azt láthatjuk, hogy az eredeti mérési adatok valóban nagyon jó közelítéssel egy hiperbolán helyezkednek el, tehát fordított arány van köztük **(30. ábra)**.



30. ábra Dulong és Petit mérési adatai Excel-ábrán

Anyag	Móltömeg (g/mol)	Fajhő (J/kgK)	Szorzat
Bizmut	209	130	27170
Ólom	207	130	26910
Arany	197	130	25610
Platina	195	130	25350
Ón	119	230	27370
Ezüst	108	230	24840
Cink	65	380	24700
Tellúr	128	200	25600
Réz	64	390	24960
Nikkel	59	440	25960
Vas	56	460	25760
Kobalt	59	410	24190
Kén	32	730	23360

A fajhő és a móltömeg kapcsolata: a mai adatok



31. ábra A fajhő és a móltömeg kapcsolata: a mai adatok és Excel-ábrájuk

A napjainkban mért adatok sem mutatnak jobb egyezést **(31. ábra)**!

HALMAZÁLLAPOT-VÁLTOZÁSOK

A foglalkozás jellemzői

15-20' 9-10.

A foglalkozás célja, rövid leírása:
hőtani alapfogalmak kialakítása, a forrás és olvadás jelenségek energetikai leírása; különböző anyagok olvadás- és forráshőjének összehasonlítása

Fejlesztett gondolkodási készségek, képességek:
összehasonlítás, oksági gondolkodás, kapcsolatteremtés a kémia tantárgy-gyal

Fejlesztett további készségek:
mérési adatok kezelése, ábrázolása az Excel program segítségével

Fejlesztett tartalmi tudás:
Az olvadáshő, forráshő fogalmának bővítése.

Eszközök:
füzet, íróeszköz, számítógép

A foglalkozás menete

- A forrás és az olvadás jelenségek megbeszélése
- Feladatmegoldás az olvadáshő- és a forráshőértékek felhasználásával
- Olvadás- és forráshőadatok keresése
- Adatok ábrázolása, különböző jellegű vizuális megjelenítése az Excel program segítségével

Előzetes tudásként feltételezzük a következő fogalmak ismeretét: olvadás, forrás, olvadáshő, forráshő.

Feladat

A függvénytáblázat nagyon sok, az anyagok különböző tulajdonságait jellemző adatot tartalmaz, melyeket érdemes vizsgálat alá vonni és értelmezni. Vizsgáljuk meg a különböző anyagok olvadás- és forráshőjét, hasonlítsuk össze azokat!

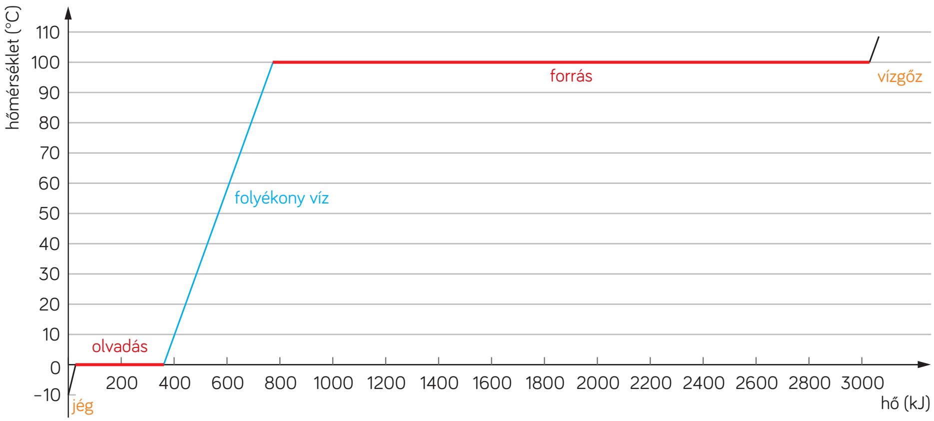
- Alkossunk összehasonlítási szempontokat!
- Készítsünk Excel-ábrát a szemléletessé tételhez!

Lehetséges megoldás

Az olvadás és a forrás jelenségének vizsgálata során szokás ábrázolni a hőmérséklet alakulását az idő függvényében. Jellegzetes tapasztalat, hogy amíg a halmazállapot-változás tart, addig nem változik a hőmérséklet, mely mint konstans függvényrészlet jelenik meg. Mivel e közben folyamatosan melegíteni kell az anyagot, ezért a hőmérséklet a felvett hő függvényében is hasonló képet mutat.

De miként nézhet ki az ábra, ha mindkét halmazállapot-változást ugyanabban a grafikonban szeretnénk ábrázolni?

Nézzük meg a víz esetében, ha 1 kg −10 °C-os vízből indulunk ki **(32. ábra)**!



32. ábra Az 1 kg víz hőmérsékletének alakulása a felvett hő függvényében

Az ábra elég megdöbbentő. Mi is olvasható le róla? Szembetűnő, hogy ahhoz, hogy a folyékony halmazállapotú víz teljes mennyisége vízgőzzé alakuljon, jóval nagyobb energiát kell befektetni, mint az olvadás esetében. Miért szükséges jóval több energia a forráshoz, mint az olvadáshoz?

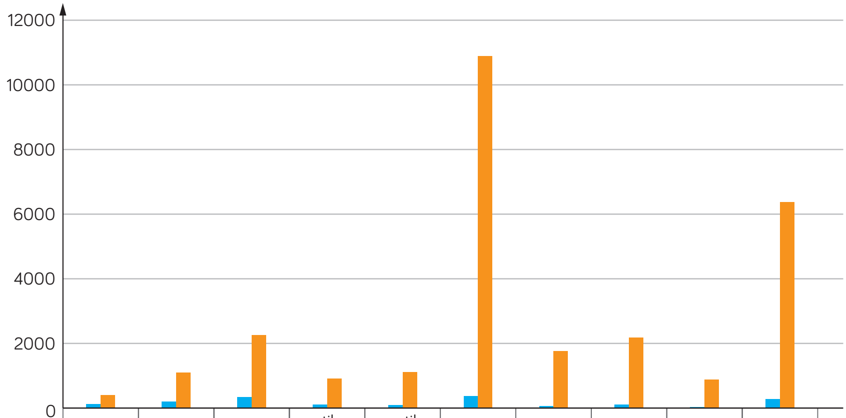
A magyarázathoz az anyag részecskemodelljét kell felhasználni, és figyelembe venni, hogy a részecskék vonzzák egymást. Az olvadás során a szilárd halmazállapotú jég kristályos rendje bomlik fel csupán, míg a forrásnál az egymásba kapaszkodó részecskék távolodnak el. Ez utóbbihoz kell a jóval nagyobb energia.

Kutatási kérdés
Ez vajon más anyagok esetében is így van?

Hipotézis
A részecskemodell alapján leírtak szerint az várható, hogy igen.

Vizsgálat
Hogyan tudnánk a hipotézist megvizsgálni? Nézzük meg, hogy a többi anyag esetében is jóval nagyobb-e a forráshő, mint az olvadáshő! A függvénytáblázatból érdemes néhány anyag esetében kikeresni az olvadás- és forráshő értékeket. Ebben az esetben a válaszhoz *nem saját mérési adatokat* kell felhasználni, hanem *adatbázisból* kell a megfelelőket kikeresni.

A szemléletessé tételhez érdemes néhány adatot diagramon is ábrázolni. Az a szemléletes diagram, mely vagy oszlopok magasságaként, vagy vonal hosszával jelzi az egyes értékek nagyságát egymáshoz viszonyítva. A diagramok tervezését is célszerű a tanulókra bízni **(33/a és b ábrák).**



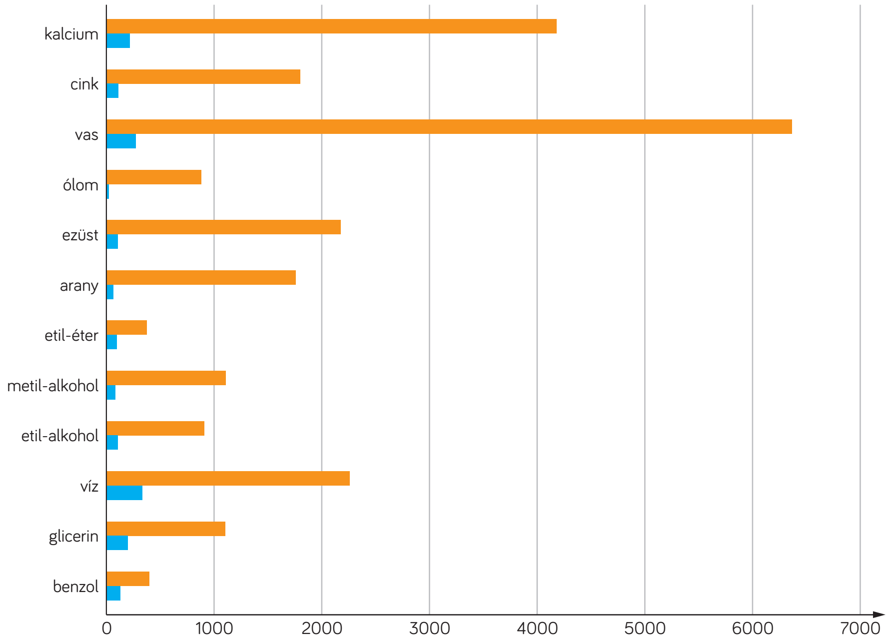
	benzol	glicerin	víz	etil-alkohol	metil-alkohol	alumínium	arany	ezüst	ólom	vas
olvadáshő (kJ/kg)	127,3	200,6	333,7	106,8	83,7	360,5	64,9	104,3	23,9	272,2
forráshő (kJ/kg)	395,7	1101,2	2256,4	906,1	1109,6	10886,2	1758,5	2177,2	879,2	6364,2

33/a ábra Különböző anyagok olvadás- és forráshője oszlopdiagramon

Tanulmányozzuk a grafikonokat, és tegyünk különböző összehasonlításokat!

- Milyen általános megállapítást lehet tenni bármilyen anyag esetében az olvadáshő és a forráshő értékeket összehasonlítva?

- Mit mondhatunk a fémek forráshőjéről a vegyületekével összehasonlítva? Mi lehet a különbség oka?
- Keressetek további anyagokat, és hasonlítsátok össze az olvadás- és a forráshőjüket!



	benzol	glicerin	víz	etil-alkohol	metil-alkohol	etil-éter	arany	ezüst	ólom	vas	cink	kalcium
olvadáshő (kJ/kg)	395,7	1101,2	2256,4	906,1	1109,6	376,8	1758,5	2177,2	879,2	6364,2	1800,4	4178
forráshő (kJ/kg)	127,3	200,6	333,7	106,8	83,7	98,4	64,9	104,3	23,9	272,2	111,4	216,5

33/b ábra Különböző anyagok olvadás- és forráshője

Amint az az ábrákból látható, a forráshő minden anyag esetében sokkal nagyobb, mint az olvadáshő. A fémek részecskéi között fémes kötés van, ami elsőrendű kölcsönhatás. A forráshő értéke ezért magasabb, hiszen nehezebb elszakítani egymástól a részecskéket. A felsorolt vegyületek esetében az elsőrendű kölcsönhatás a molekulákon belül van, a molekulák közt csak másodrendű a kölcsönhatás, ami gyengébb. Ezért jóval kevesebb energia kell a molekulák elszakításához.

Az is látható, hogy több anyag esetében a vízzel összehasonlítva az olvadáshő többszöröse a forráshőnek. Míg a víz esetében ez az érték csak kb. 7-szeres, addig a fémek esetében jóval nagyobb.

A VÍZ SŰRŰSÉGÉNEK HŐMÉRSÉKLETFÜGGÉSE – TAPASZTALATI TÖRVÉNY

A foglalkozás jellemzői

10' 9-10.

A feladat célja, rövid leírása:
mérési adatok elemzése alapján tapasztalati törvény felállítása

Fejlesztett gondolkodási készségek, képességek:
összehasonlítás, arányossági gondolkodás, oksági gondolkodás, következtetés

Fejlesztett további készségek:
adatok ábrázolása, az Excel program használata

Fejlesztett tartalmi tudás:
a víz sűrűségének hőmérsékletfüggése

Eszközök:
füzet, íróeszköz, számítógép

A foglalkozás menete

- A vízről tanultak felelevenítése
- Adatok keresése
- Adatok ábrázolása, különböző jellegű vizuális megjelenítése az Excel program segítségével

Előzetes tudásként feltételezzük a következő ismereteket: a sűrűség fogalma, a víz sűrűségének hőmérsékletfüggése.

Feladat
Ismert tény, hogy a folyékony halmazállapotú víz érdekesen viselkedik a hőmérséklet emelkedésének hatására. 4 °C-on a legnagyobb a sűrűsége, tehát a sűrűséget a hőmérséklet függvényében ábrázolva egy maximummal rendelkező görbét kapunk.

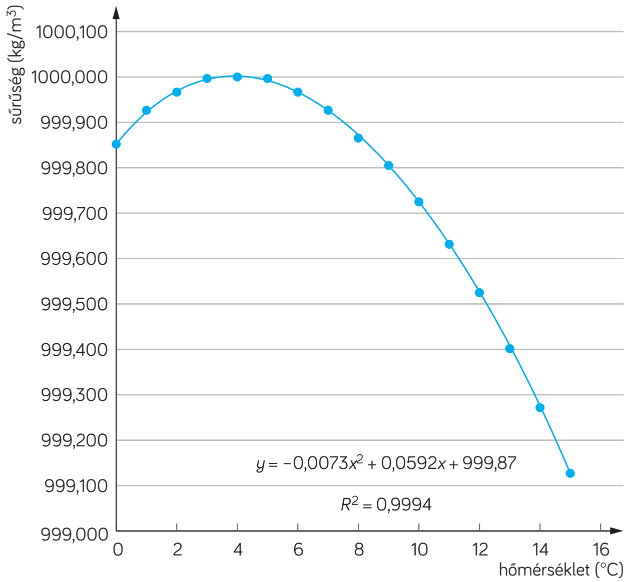
Keressünk minél pontosabb mérési adatokat, és ábrázoljuk azokat!

Próbáljunk függvényt illeszteni az adatokra! Próbálkozzunk a polinomos közelítéssel **(34. ábra)**!

Lehetséges megoldás

A feladatok megoldása során érdemes megbeszélni azt, hogy a jelenségek matematikai leírása és értelmezése különböző szintű lehet. Van nagyon sok, úgynevezett tapasztalati törvény, melyen azt kell érteni, hogy az empirikus adatokhoz megpróbálunk valamilyen függvényt illeszteni. Ezekhez általában kvalitatív oksági magyarázatok tartoznak, a függvény tényleges alakja nem vezethető le alapvetőbb törvényekből.

T (°C)	sűrűség (kg/m^3)
0	999,857
1	999,926
2	999,967
3	999,992
4	1000,000
5	999,991
6	999,970
7	999,929
8	999,876
9	999,808
10	999,727
11	999,632
12	999,524
13	999,404
14	999,271
15	999,126



34. ábra A víz sűrűségének változása a hőmérséklet függvényében

Amint az ábráról látható, a víz sűrűségének hőmérsékletfüggéséhez is rendelhető egy összefüggés, amely tapasztalati törvényként is felfogható. A mérnöki gyakorlatban sok ilyen összefüggést használnak.

MODERN FIZIKA

A PLANCK-ÁLLANDÓ MEGHATÁROZÁSA FOTOEFFEKTUS SEGÍTSÉGÉVEL

A foglalkozás jellemzői

10' 11.

A feladat célja, rövid elírása:
mérési adatokat tartalmazó táblázat, illetve függvény paramétereinek értelmezése, abból állandók meghatározása számítással adott törvényszerűség felhasználásával

Fejlesztett gondolkodási készségek, képességek:
összehasonlítás, arányossági gondolkodás, adatok értelmezése, a matematikai tudás transzferálás a fizikába

Fejlesztett tartalmi tudás:
a kilépési munka értelmezése

Eszközök:
füzet, íróeszköz, számítógép

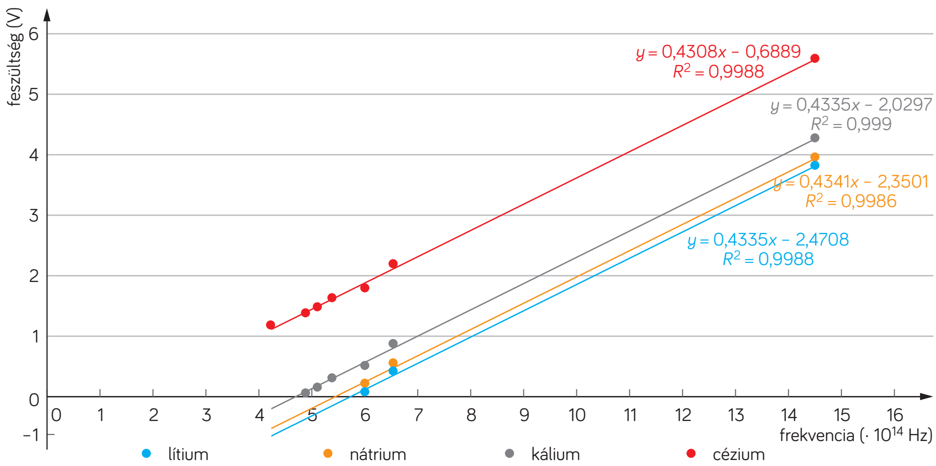
Előzetes tudásként feltételezzük a következő fogalmak ismeretét: fotoeffektus, kilépési munka, Planck-állandó.

Feladat
Az alábbi ábrán különböző anyagból készült fotocellákon mérhető feszültségek láthatók a megvilágító fény frekvenciájának a függvényében (**35. ábra**).

- Magyarázd meg a grafikonok lefutását!
- Mi a hasonlóság és mi a különbség az illesztett egyenesek között?
- Mi ennek az oka?
- Becsüld meg a Planck-állandót a grafikonok segítségével!
- Becsüld meg az egyes fémek kilépési munkáját!

Lehetséges megoldás
Az Einstein-féle fényelektromos egyenlet: $h \cdot f = W + e \cdot U$.

Innen $U = \frac{h}{e} f - \frac{W}{e}$.



35. ábra A fotocellán mérhető feszültség a megvilágító fény frekvenciája függvényében

Vagyis az egyenesek meredekségeiből a Planck-állandót, a tengelymetszetekből pedig az adott fém kilépési munkáját lehet meghatározni az elektron töltésének ismeretében.

A meredeksége mindegyik grafikonnak közelítőleg azonos, hiszen az h/e. Míg a tengelymetszetek különbözőek, hiszen a kilépési munkák mások, azok függnek az anyagi minőségtől.

meredekség (m): 0,4308
0,4341
0,4335
0,4335
átlag: $0{,}4330 \cdot 10^{-14}$ hiszen a frekvencia 10^{14} Hz-ben szerepelt.

Az elektron töltése $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C.
Innen a Planck-állandó: $h = m \cdot e = 0{,}69 \cdot 10^{-33}$ Js $= 6{,}9 \cdot 10^{-34}$ Js.
Az irodalmi érték $6{,}626 \cdot 10^{-34}$ Js.
A kilépési munkák számítása: $W =$ metszéspont $\cdot\ e$.

Metszéspont	W (aJ)
0,6889	0,110224
2,0297	0,324752
2,3501	0,376016
2,4708	0,395328

RADIOAKTÍV PREPARÁTUM INTENZITÁSÁNAK TÁVOLSÁGFÜGGÉSE – EREDETI ADATOK ÁBRÁZOLÁSA

A foglalkozás jellemzői

10' 11.

A feladat célja, rövid elírása:
eredeti mérési adatok értelmezése és grafikus megjelenítése mai eszközökkel

Fejlesztett gondolkodási készségek, képességek:
összehasonlítás, arányossági gondolkodás, kritikai gondolkodás, hipotézisalkotás, adatok értelmezése

Fejlesztett egyéb készségek:
szövegértés, adatok ábrázolása

Fejlesztett tartalmi tudás:
a radioaktív sugárforrás tulajdonságai

Eszközök:
számítógép

Előzetes tudásként feltételezzük a radioaktív sugárforrás fogalmának ismeretét.

Feladat
Marie Curie doktori értekezésében a radioaktív sugárzás intenzitásának a forrás távolságától való függését is vizsgálta. Dolgozatában az alábbi adatsor, illetve számítás található (**16. táblázat**).

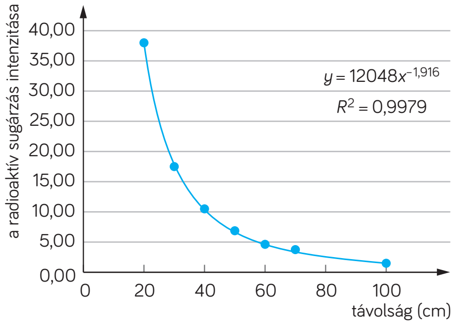
- Mi lehetett Marie Curie *hipotézise,* amelynek bizonyítására a 3. oszlopban található számítást elvégezte?
- Az adatok alapján mit lehet elmondani a radioaktív sugárzás távolságfüggéséről? Ez *igazolja* a hipotézist? Készítsünk az adatsort felhasználva Excel-grafikont, amely ezt szemlélteti! Célszerű ehhez minden adatot felhasználni?

d (cm)	i	$i \cdot d^2$
10	127,00	12700
20	38,00	15200
30	17,40	15660
40	10,50	16800
50	6,90	17250
60	4,70	16920
70	3,80	18620
100	1,65	16500

16. táblázat Marie Curie mérési adatai

Lehetséges megoldás

Az lehetett a hipotézis, hogy az intenzitás a távolság négyzetének reciprokával csökken. Az első adatok kivételével – melyeket ezért az ábrázolásnál célszerű elhagyni – valóban elég jó közelítéssel azonosak a szorzatok. A görbéhez illesztett függvény is igazolja Marie Curie összefüggését.



36. ábra A radioaktív sugárzás intenzitásának távolságfüggése: Marie Curie adatainak Excel-ábrája

A HAFNIUM FELFEDEZÉSE – SZÖVEGFELDOLGOZÁS

A foglalkozás jellemzői

30' 10.

A foglalkozás célja, rövid leírása:
kutatásmódszertani ismeretek bővítése szakszöveg értő olvasása és elemzése révén

Fejlesztett gondolkodási készségek, képességek:
következtetés

Fejlesztett további készségek:
szövegértés

Fejlesztett tartalmi tudás:
a hafnium felfedezésének története

Fejlesztett procedurális tudás:
a kutatás lépéseinek azonosítása

Eszközök:
füzet, íróeszköz

A foglalkozás menete

- A Bohr-modell ismétlése
- A szöveg elolvasása egyéni munkában
- Írásos válasz a kérdésekre, egyéni vagy csoportmunkában
- A válaszok megbeszélése

Előzetes tudásként feltételezzük a következő ismereteket: periódusos rendszer, az atomok elektronszerkezete, Bohr-modell.

Feladat

Olvasd el a szöveget, majd válaszolj a kérdésekre!

A hafnium felfedezése

A ritkaföldfémek felkutatása egészen a 18. század végére nyúlik vissza. Az elválasztási módszerek finomodásával sorra találták meg az ittriumot, cériumot és társaikat, az egymáshoz kémiailag igen hasonló elemeket. Nehézséget okozott azonban, hogy egyrészt nem volt számukra hely a periódusos rendszerben, másrészt megjósolhatatlannak tűnt, mennyi is van belőlük. Gondoljuk meg a kérdések súlyosságát! Mengyelejev tudta, hogy bizonyos elemek még nem ismeretesek, ezért számukra bizonyos kockákat üresen hagyott, ám az üresen hagyottak között nem szerepeltek olyan elemek, amelyek egészen olyannak mutatkoztak, mint a lantán, vagyis azok, amelyeket ritkaföldfémeknek neveztek el. Márpedig, ha léteznek a lantánhoz hasonló elemek, melyeknek nincs helyük a táblán, talán mindenféle egyéb ismeretlen elemek is létezhetnek, talán a periódusos rendszer nem adja meg az összes lehetséges földi elem teljes térképét.

A periódusos rendszer megőrzésére általánosan elfogadták Brauner cseh kémikus 1899-ben tett javaslatát, amely szerint a ritkaföldfémeket a lantánéval azonos, egyetlen kockába kell írni és külön, általában a táblázat alatt fölsorolni. Ez a praktikus megoldás persze nem tisztázta az elvi kérdéseket, köztük azt, *hány ritkaföldfém létezik, milyen hosszú a táblázat alatti lista.*

A probléma megoldásához hozzájárult a Moseley által 1913-ig kifejlesztett röntgenspektroszkópia, illetve a vele kapcsolatban kialakított rendszám fogalma. Ez utóbbi a periódusos rendszerben elfoglalt hely és a röntgenspektroszkópiai adatok között teremt összefüggést: az adatok alapján meg lehet határozni valamely elem helyét a táblán. A lantán rendszáma 57-esnek adódott, ebbe a kockába kellett beírni a ritkaföldfémeket. De nem tudták, vajon a még ismeretlen 72-es rendszámú elemmel végződik-e a ritkaföldfémek sora vagy ez már ismét a táblára kerül.

Az egész ügy egy Niels Bohrral folytatott beszélgetés során került Hevesy látókörébe. Bohr 1913-ban publikálta atommodelljét, ám ez csupán a hidrogén, hélium és lítium szerkezetét magyarázta meg. Hevesy visszaemlékezése szerint *„1922 januárjában a vele* [mármint Bohrral] *tett séta közben tudtam meg, hogy kiterjesztette elméletét az egész periódusos rendszerre, és ezzel megmagyarázta többek között a ritkaföldfémek elhelyezkedését is a periódusos rendszerben. Elmélete szerint ezek száma csupán tizennégyre korlátozódik, tehát az ismeretlen 72. számú elem nem lehet ritkaföldfém, hanem titán homológ.”* Hevesy azzal nyugtatta Bohrt, hogy komoly kémikus nem hisz néhány bizonytalan spektrumvonalnak: elő kell állítani az elemet.

Hevesy 1922 nyarán, Magyarországon geokémiai munkákat olvasott, és Bohr elméletére támaszkodva arra az álláspontra jutott, hogy a cirkónium ásványban kell keresni a 72. számú elemet. Hevesy az ásványból eltávolította az oldható komponenseket, és a mintában Costerrel azonnal ki tudták mutatni a 72. elem jellemző spektrumvonalait. Az elemet ők nevezték el hafniumnak.

A felfedezést drámai körülmények között jelentették be. Bohr már átvette a Nobel-díjat Stockholmban, és a következő nap kellett megtartania előadását a Svéd Tudományos Akadémián. Hevesy este értesítette telefonon Bohrt a mérés pozitív eredményéről, és már rohant is a koppenhágai állomásra, hogy jelen lehessen másnap az előadáson, amikor Bohr nyilvánosságra hozza az eredményt. Az előadás vége felé tett bejelentés csakugyan óriási izgalmat keltett a hallgatóságban, majd az egész nemzetközi vegyésztársadalomban.

Palló, G. (2001). A hafnium-történet és Hevesy György Nobel-díja. *Fizikai Szemle, 51* (5-6), p. 154 nyomán

Válaszolj a szöveg alapján a következő kérdésekre!

- Mik voltak a kutatási kérdések?
- Mi volt Bohr hipotézise? Mire alapozta a hipotézisét?
- Milyen modellt alkalmaztak?
- Milyen kísérletet, empirikus vizsgálatot tervezett Hevesy?
- Milyen kísérleteket, empirikus vizsgálatokat végzett Hevesy?
- Hogyan elemezte a kapott adatokat?
- Milyen következtetést vont le?

Lehetséges tanulói válaszok a feltett kérdésekre

Kutatási kérdések
Hány ritkaföldfém létezik?
Ezek hol és hogyan helyezkednek el a periódusos rendszerben?
Az addig ismeretlen 72. rendszámú elem hol helyezkedik el a periódusos rendszerben?

Hipotézis
A 72. rendszámú elem már nem az f mezőben, hanem a főtáblán, a d mezőben helyezkedik el, tehát kémiai tulajdonságai a titánhoz és a cirkóniumhoz hasonlóak a Bohr-modell alapján.

Milyen modellt alkalmaztak?
A Bohr-modellt.

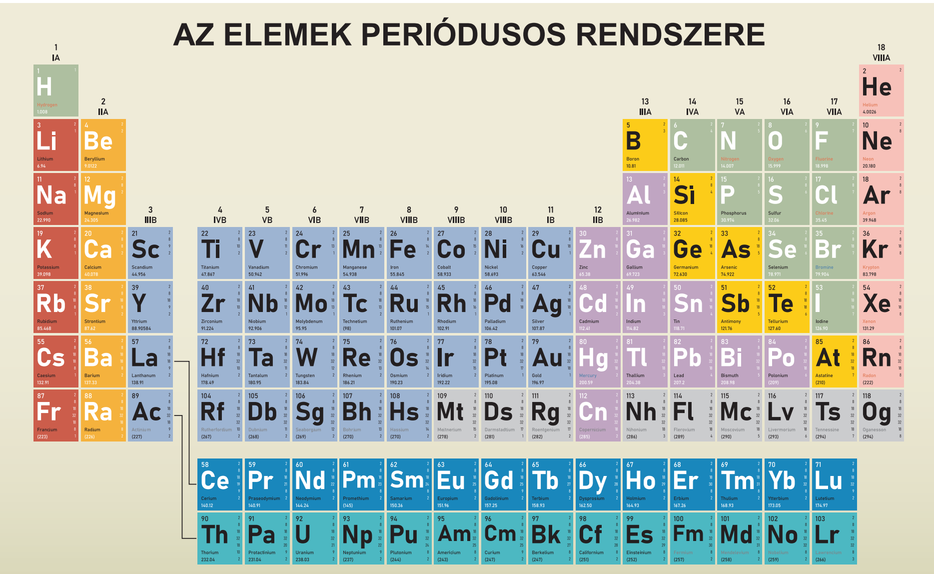
A kísérletek, empirikus vizsgálatok megtervezése
A cirkónium ásványban kell keresni a 72. számú elemet, abból kell kivonni.

Vizsgálat
Hevesy az ásványból eltávolította az oldható komponenseket, továbbá spektroszkópiai vizsgálatokat is végzett.

Az adatok elemzése, eredmény
A mintában kimutatta a 72. elem jellemző spektrumvonalait.

Következtetés
Felfedezték a keresett 72-es rendszámú elemet.

A felfedezés a Bohr-elmélet egyik *prediktív állítását* igazolta. E szerint a ritkaföldfémek száma 14-re korlátozódik, amiből az következett, hogy a 72. elem nem lehetett ritkaföldfém, hanem csak a titánhoz és a cirkóniumhoz hasonló kémiai tulajdonságokkal rendelkező elem. Bohr elmélete szerint a lantántól kezdve nem a külső elektronhéj épül tovább, hanem a még telítetlen 4f alhéj, ahol 14 elektron fér el, és ezen alhéj kiépülésével (a 71. elemmel) zárul le a ritkaföldfémek sora.



37. ábra Egy „jó” periódusos rendszer

A 72. elem tehát nem tartozhat ide. Hevesy ennek alapján 1922 nyarán Magyarországon töltött szabadsága alatt elkészítette a 72. elem felkutatását célzó *kutatási tervét*. E szerint azt nem ritkaföldfém-ásványokban, hanem a cirkónium ásványaiban kereste *(adatgyűjtés)*, és meg is találta 1923-ban Koppenhágában. Ezért a 72.

elemet Koppenhága latin neve után keresztelt hafniumra. 30 dolgozata foglalkozik ezzel az elemmel. Többek szerint már ezért a felfedezéséért megérdemelte volna a Nobel-díjat. A **37. ábrán** egy jó periódusos rendszert mutatunk, mert csak a 14 darab *f* mezőbeli elemet mutatja az alsó két sorban! Sok esetben 15 elem található ebben a két sorban, a lantán és az aktínium is, ami nem jó! Azok még *d* mezőbeli elemek.

SÖTÉT ANYAG – SZÖVEGFELDOLGOZÁS, EREDETI ADATOK ÁBRÁZOLÁSA

A foglalkozás jellemzői

90' 9., 11.

A foglalkozás célja, rövid leírása:
A probléma megértése. Fontos, hogy a diákok lássák, hogy a középiskolában tanultak alapján képesek megérteni napjaink egyik fontos tudományos problémáját. Lássák, hogy a tudomány nem lezárt rendszer, vannak olyan alapvető kérdések, melyeket nem tudunk megválaszolni, és valójában sejtelmünk sincs a megoldásról. Vannak ugyan elképzelések, de egyik sem tekinthető megnyugtató válasznak. Ilyeneknek a diákok utána is nézhetnek.
Mivel a probléma észlelésében egy kutatónő is részt vett, így a lányok számára bemutatható, hogy a tudományos kutatás számukra is érdekes és vonzó hivatás lehet.

Fejlesztett gondolkodási készségek, képességek:
összehasonlítás, arányossági gondolkodás, kritikai gondolkodás

Fejlesztett további készségek:
tudományos ismeretterjesztő szöveg értő olvasása, függvények ábrázolása

Fejlesztett tartalmi tudás:
a gravitációs vonzás egyetemességének bemutatása, a gravitációs törvények alkalmazása

Eszközök:
füzet, íróeszköz, számítógép, internet, Excel program

A foglalkozás menete
- A Naprendszerbeli bolygók sebességének ábrázolása
- A sebességfüggés elméleti levezetése a Newton-féle gravitációs törvényből
- Vera Rubin életének és munkásságának tanulmányozása
- Vera Rubin mérési adatainak ábrázolása
- Filozofikus szöveg elemzése

Előzetes tudásként feltételezzük a következő ismereteket: Kepler-törvények, Newton gravitációs törvénye, a körmozgás sebessége.

Kutatási kérdés
Van-e valamilyen összefüggés a bolygók átlagos keringési sebessége és a Naptól mért átlagos távolsága között?

Lehetséges hipotézisek

a) A két mennyiség egyenes arányban van egymással.

b) A két mennyiség fordított arányban van egymással.

c) A sebesség a távolság gyökével fordítottan arányos.

d) A sebesség a távolság négyzetével fordítottan arányos.

e) Nincs összefüggés.

Jelöld meg a szerinted lehetséges kapcsolatot!
Ábrázold az adatokat (**17. táblázat**)!

A bolygó neve	A bolygó távolsága (CSE)	A bolygó sebessége (km/s)
Merkúr	0,387	47,89
Vénusz	0,723	35,03
Föld	1	29,79
Mars	1,524	24,13
Jupiter	5,203	13,06
Szaturnusz	9,539	9,64
Uránusz	19,191	6,81
Neptunusz	30,061	5,43

17. táblázat A Naprendszer bolygóinak Naptól mért átlagos távolsága és sebessége

A Newton-féle gravitációs törvény és a Newton-törvények felhasználásával *mutasd be elméleti úton is az adatok közötti összefüggést!*

Hasonlítsd össze a kapott *eredményeket* a bejelölt *hipotéziseddel!*

Olvasd el a szöveget, majd válaszolj a kérdésekre!

Vera Rubin 1970. március 27-én döntött úgy, hogy az Androméda galaxist alkotó csillagok mozgását kezdi el tanulmányozni. Ellenőrizni szerette volna, hogy a csillagok úgy mozognak-e, ahogyan azt Newton gravitációs törvénye leírja.

Pusztán a látható anyagot figyelembe véve a tudósok korábban úgy vélték, hogy mivel a galaxisok tömege általában a középpontjuk környékén összpontosul, a rendszerek szélén lévő csillagoknak lassabban kellene haladniuk, mint a centrumhoz közelebb esőknek, ahogy ez a Naprendszer bolygói esetében így is van.

A Vera Rubin által használt spektrográf a csillagokban lévő kémiai elemek vonalas színképének megfelelő hullámhosszakon vonalakat rajzolt egy papírra. A kirajzolt vonalak helyzete a Doppler-effektusnak megfelelően tolódik el följebb vagy lejjebb a frekvenciaskálán, attól függően, hogy az adott csillag közeledik felénk vagy távolodik. Vera Rubin mérési módszere tehát a következő összehasonlításon alapult: hol helyezkedik el az adott anyag spektrumvonala a Földön előállított színképében, és hol a vizsgált csillag színképében. Az eltolódás mértékéből pedig a csillag sebességére lehet következtetni. A tapasztalta az volt, hogy az Androméda szélén lévő csillagok is épp olyan gyorsan mozogtak, mint a galaxis közepén lévők. Ez azonban nem felelt meg a Newton-féle gravitációs törvény alapján megfogalmazott várakozásoknak.

A következő két hónapban 200 mérést végzett el más galaxisok csillagai esetében is. Ezekben az esetekben is hasonló eredményeket kapott. Az összes sebesség „hibás lenne”? – tette fel a kérdést. Ezek a csillagok túl gyorsan mozogtak. A látható anyag által keltett gravitációs hatás nem lett volna elég a mért sebességhez.

Rubin számára két lehetséges magyarázat kínálkozott:

- Vagy Isaac Newton gravitációs törvényei rosszak (ezt a tudományos világ nehezen fogadta volna el),
- vagy az univerzumban olyan plusz anyag van, amely a mért furcsa jelenségért felelős, de a jelen csillagászati eszközökkel nem kimutatható.

Rubin a második magyarázatot választotta, és a plusz anyagot **sötét anyag**nak nevezte el (mivel nem volt sem látható, sem kimutatható). Számításai szerint a világegyetem 90%-ban sötét anyagból áll. Elméletét 1975-ben ismertette az American Astronomical Society találkozóján.

Válaszolj a következő kérdésekre!

- Mi volt Vera Rubin kutatási kérdése?
- Mi volt a hipotézise?
- Mire alapozta a hipotézisét?
- Milyen méréseket végzett Vera Rubin?
- Milyen vizsgálati módszert alkalmazott?
- Milyen eredményt kapott?
- Mire következtetett?

A mérésekhez felhasznált spektrumvonalak **(38. ábra)**:

The mean observed velocity of each region is tabulated in column (6). For a well-exposed plate, lines of Hβ; [O III] λλ4959, 5007; He I λ5876; [O I] λ6300; [N II] λ6548; Hα; [N II] λ6583; and [S II] λλ6717, 6731 are observed. In Figure 2 (Plate 2), we re-

A cikk 4. oldaláról

A hidrogén emissziós színképe. A vonalsorozat két legfényesebb tagja a hidrogén-alfa (vörös) és a hidrogén-béta (kék) vonal

38. ábra A Vera Rubin által használt spektrumvonalak

Az alábbi táblázat Vera Rubin cikkéből származik **(39. ábra)**.[7]

Ábrázoljátok az adatokat a Naprendszerhez hasonló formában, vagyis a csillagok keringési sebességét a centrumtól mért távolság függvényében!

Próbáljátok meg *értelmezni* a kapott grafikont!

Lehetséges megoldás

A **40. ábrán** látható pontokra függvényt illesztettünk, melyben az arányossági tényező a Nap tömegének és a gravitációs állandó szorzatának gyöke és még egy állandó, mivel a távolságot CSE-ben, a sebességet pedig km/s-ban mértük. Lehet linearizálni is a görbét, de mivel az Excelben ki tudjuk íratni a görbe egyenletét, erre nincs szükség. Látható, hogy a bolygók sebessége a Naptól mért távolság négyzetgyökével fordítottan arányos.

r (kpc)	V (km sec^{-1})
0......	0
0.2....	165
0.4....	227
0.6....	228
0.8....	197
1......	154
2......	53
3......	99
4......	157
5......	201
6......	232
7......	254
8......	266
9......	272
10......	272
11......	268
12......	262
13......	254
14......	245
15......	236
16......	227
17......	220
18......	214
19......	209
20......	206
22......	203
24......	202

39. ábra A Vera Rubin cikkében található adatok

7 http://articles.adsabs.harvard.edu/cgi-bin/nph-iarticle_query?1970ApJ...159..379R&data_type=PDF_HIGH&whole_paper=YES&type=PRINTER&filetype=.pdf

A sebesség és a távolság összefüggése

A mozgásegyenletet a következőképp írjuk fel:

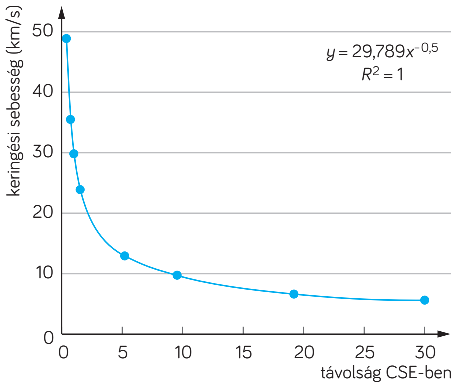
$$\frac{\gamma \cdot M \cdot m}{R^2} = \frac{m \cdot v^2}{R},$$

ahol M a csillag, m a bolygó tömege, v pedig a bolygó sebessége.

Egyszerűsítve m-mel és R-rel:

$$\frac{\gamma \cdot M}{R} = v^2$$

$$v = \sqrt{\frac{\gamma \cdot M}{R}}$$

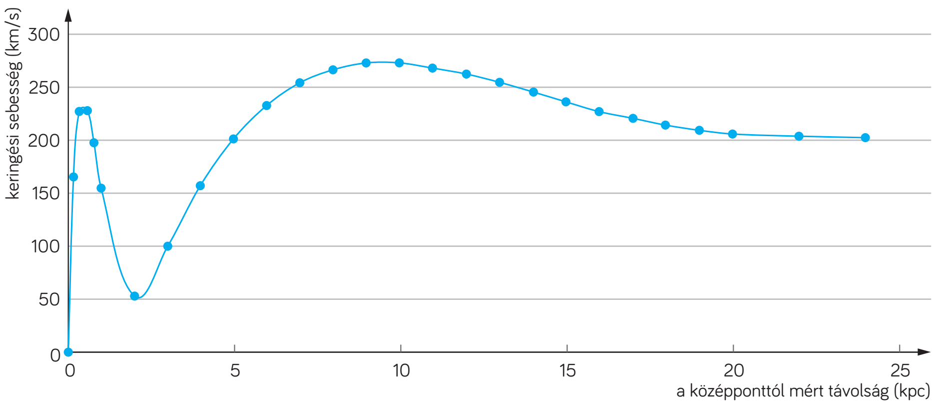


40. ábra A bolygók átlagos keringési sebessége és a Naptól mért átlagos távolsága közötti összefüggés

tehát a sebesség négyzete a Naptól mért távolság reciprokával arányos (vagy a sebesség a távolság gyökének reciprokával).

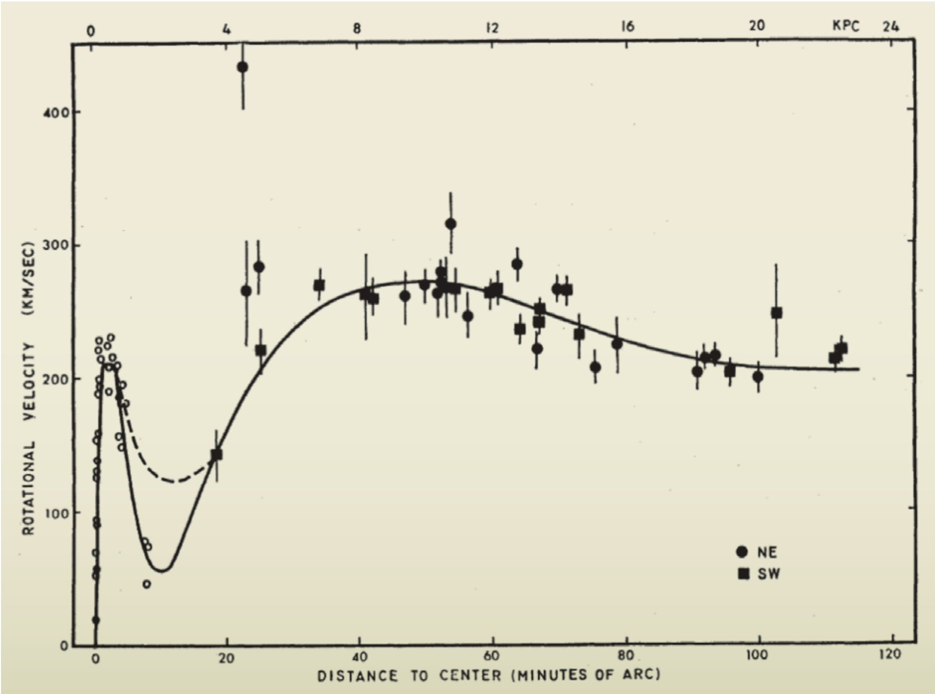
Az állandó SI-ben a $\gamma \cdot M$ négyzetgyöke ($= 1{,}15 \cdot 10^{10}$). Az illesztett Excel-függvény állandója (a 29,7) ez (a $\gamma \cdot M$ négyzetgyöke) osztva ezerrel (a km/s miatt) és a csillagászati egység gyökével, mert nem SI-ben vannak az adatok.

Az adatok alapján készíthető ábra (**41. ábra**):



41. ábra Csillagok keringési sebessége a galaxis középpontjától mért távolság függvényében. Vera Rubin eredeti adataiból készült Excel-ábra

A Vera RUBIN cikkében található ábra:



42. ábra A Vera Rubin cikkében található eredeti ábra

Kiegészítésként adható további témák

- Vera RUBIN életének feldolgozása, cikkének felkutatása;
- ismeretterjesztő filmek keresése a sötét anyag témában;
- különböző vallások által alkotott elképzelések a világunk keletkezéséről és azok összehasonlítása;
- a sötét energia felfedezése, illetve különböző létező magyarázatok az univerzum tágulására. Ez utóbbi azért is érdekes, mivel a tanulók ezáltal olyan elemmel találkoznak, melyre többféle elképzelés is létezik, és napjainkban még nem tudunk dönteni ezek között. Egyik sem tud olyan empirikus előrejelzést tenni, melyet lehet keresni, és csak azzal az egyik elmélettel magyarázható.

IRODALOM

Dér, J., Radnai, Gy., & Soós, K. (1986). *Fizikai feladatok.* Budapest: Tankönyvkiadó.

Galilei, G. (1632/1983). *Párbeszédek. A két legnagyobb világrendszerről a ptolemaiosziról és a kopernikusziról.* Bukarest: Kriterion Könyvkiadó. Fordította: M. Zemplén Jolán.

Gamov, G. (1965). *A fizika története.* Budapest: Gondolat Kiadó.

Kindl, E. (2018). *Exobolygók a fizikaórán.* Szakdolgozat. ELTE, TTK.

Kis, T. (2011). A fa- és vasgolyó Hevesen versenyzett. *Fizikai Szemle, 61*(3), 101–104. http://fizikaiszemle.hu/archivum/fsz1103/kist1103.html

Nagy, M., & Radnóti, K. (2014a). A grafikus ábrázolás szerepe a fizika oktatásában – egy felmérés tükrében. *Fizikai Szemle, 64*(7–8), 272–278. http://fizikaiszemle.hu/archivum/fsz140708/NagyM_RadnotiK.pdf

Nagy, M., & Radnóti, K. (2014b). Nemlineáris jelenségek. In J. Pálfalvi (Ed.), *A játéktól a kutatásig* (pp. 58–71). Budapest: Varga Tamás Tanítványainak Emlékalapítványa.

Palló, G. (2001). A hafnium-történet és Hevesy György Nobel-díja. *Fizikai Szemle, 51*(5–6), 154–156. http://fizikaiszemle.hu/archivum/fsz0105/pallo.html

Rubin, V. C., & Ford, K. (1970). Rotation of the Andromeda Nebula from a Spectroscopic Survey of Emission Regions. *The Astrophysical Journal, 159*(2), 379–403. http://articles.adsabs.harvard.edu/cgi-bin/nph-iarticle_query?1970ApJ...159..379R&data_type=PDF_HIGH&whole_paper=YES&type=PRINTER&filetype=.pdf

Simonyi, K. (1978). *A fizika kultúrtörténete.* Budapest: Gondolat Kiadó.

Stonawski, T. (2019). Mozgásszimulációk a légkörben. Hogyan írjunk érdekes szimulációkat középiskolában? *Fizikai Szemle, 69*(5), 163–168.

Straulino, S. (2008). Reconstruction of Galileo Galilei`s experiment: the inclined plane. *Physics Education, 43*(3), 316–321.

Sudár, M. (2019). *Újszerű oktatási módszerek alkalmazási lehetőségei a fizikatanításban.* Szakdolgozat. ELTE, TTK.

Szegedi, P. (2013). *Fizikatörténeti szöveggyűjtemény.* ELTE, TTK.

Zemplén, J., Szabadváry, F., & Kontra, Gy. (1963). *A kísérletezés úttörői a XIX. században.* Budapest: Gondolat Kiadó.

Internetes források[8]

http://chemonet.hu/hun/olvaso/histchem/ho/dp.html

http://www.trappist.one/#

http://www2.ohm-hochschule.de/bib/textarchiv/Ohm.Bestimmung_des_Gesetzes.pdf

8 Utolsó letöltés időpontja: 2020. október 29.

3. FEJEZET

NÉHÁNY PÉLDA A TUDOMÁNYTÖRTÉNETI VONATKOZÁSOK KUTATÁSALAPÚ FELDOLGOZÁSÁHOZ

Radnóti Katalin

A tudománytörténet kiváló lehetőséget ad arra, hogy fejlesszük a diákok tudományos gondolkodását, megmutassuk a tudomány működését, közelebb hozzunk számukra néhány tudományos problémát és a megoldásukhoz vezető utat. Célunk, hogy a fizika tantárgy követelményeiben szereplő tudománytörténeti témákban segítséget adjunk a diákoknak a felkészüléshez, a tanároknak a felkészítéshez, de a segédlet az oktatási folyamatban is használható. A feldolgozás során alkalmazzuk a korábbi fejezetekben bemutatott *természettudományos, történeti* és *kutatási szemléletet*. Kitérünk az egyes tudósok rövid életrajzára, az adott korszak történelmi hátterére, fő tudományos eredményeire, különös tekintettel a fizikával kapcsolatos *tudományos problémákra,* az akkori *kutatási kérdésekre,* arra, hogyan sikerült azokat megválaszolni, és mindez miként jeleníthető meg a fizikaoktatásban. Alapvető forrásokként támaszkodunk Simonyi Károly (1978) *A fizika kultúrtörténete* című könyvére, továbbá a *História – Tudósnaptár* weboldalra[1].

ARKHIMÉDÉSZ (SIRACUSA, KB. I. E. 287 – SIRACUSA, I. E. 212)

A szicíliai Siracusa városban született, ami Korinthosz gyarmata volt, és az i. e. 8. században alapították. A terület ma Olaszországhoz tartozik. Fiatal korában Egyiptomban, Alexandriában töltött néhány évet, és minden bizonnyal kapcsolatot tartott az alexandriai tudósokkal a város híres könyvtárában, amely mintegy korabeli kutatóintézetként működött. Itt barátkozott össze többek között Eratoszthenésszel (Küréné, i. e. 276 – Alexandria, i. e. 194), aki elsőként adott becslést a Föld méretére. Arkhimédész tudományos eredményeiről is nagyrészt a két tudós baráti-tudományos levelezéséből tudunk. Arkhimédész később Alexandriából visszaköltözött Siracusába rokona, II. Hierón (i. e. 306 – i. e. 215) király udvarába, és itt élte le élete hátralevő részét. A második pun háború során, melynek részeként a rómaiak megostromolták a punok oldalán álló Siracusát, Arkhimédész ötletes gépezeteket szerkesztett, és ezeknek köszönhetően a védők két évnél is tovább tudták tartani a várost, amely végül csak árulás eredményeként esett el. A római hadvezér ugyan megparancsolta, hogy a nagy tudós életét kíméljék meg, de egy légionárius mégis leszúrta.

A korabeli tudomány állása

Sok megfigyelési anyag gyűlt össze a természetről, amit Arisztotelész foglalt írásba. Ezek között vannak ma már tévesnek ítélt elképzelések is, mint például:

- a nehezebb test nagyobb sebességgel esik,
- minden testnek megvan a természetes helye,
- elkülönül az égi és a földi fizika stb.

1 https://tudosnaptar.kfki.hu/historia/

A geometria fejlett volt, melyet Eukleidész foglalt írásba. A származtatott fogalmak – amelyek a mélyebb megértést lehetővé tették volna – azonban még hiányoztak.

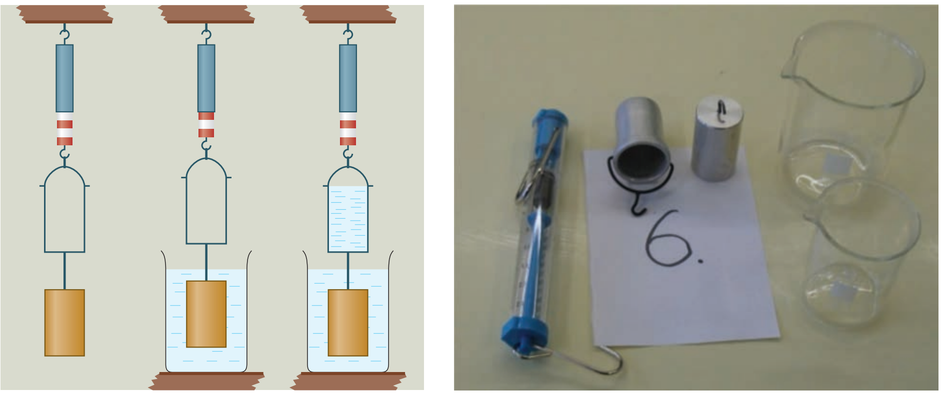
Művei

- A síkok egyensúlyáról
- A parabola területéről
- A gömbről és a hengerről
- A körmérés és gömbmérés
- A csigavonalakról; a konoidokról és szferoidokról
- Homokszámlálás
- Az úszó testekről

A róla elnevezett törvény alapját, a felhajtóerő jelenségét (könnyebb lesz vízben a test) jól írta le, de természetesen nem a mai értelemben vett sűrűség- és erőfogalmat használva, hiszen ezek később jelentek meg. Arkhimédész így fogalmaz *Az úszó testekről* c. könyvében:

> „Bármely test, amely könnyebb a víznél, teljesen a víz alá nyomva azzal az erővel igyekszik felfelé, amely a test által kiszorított víz súlyának és a test súlyának különbségéből adódik. Amennyiben a test nehezebb a víznél, a test lefelé igyekszik akkora erővel, amekkora a test súlyának és az általa kiszorított víz súlyának a különbsége." (idézi: Simonyi, 1978, p. 74)

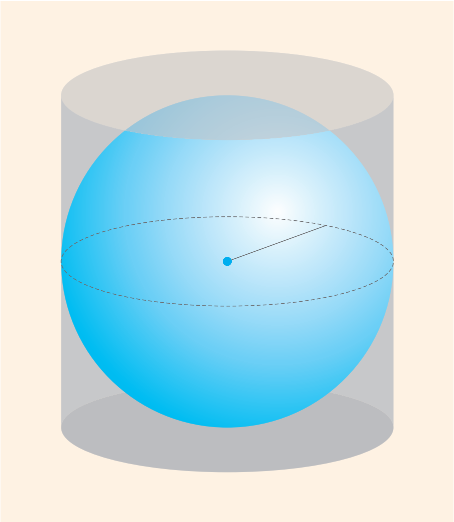
A törvény iskolai demonstrálása az úgynevezett *arkhimédészi hengerpár* segítségével történik **(1. ábra)**.



1. ábra Arkhimédészi hengerpár

Arkhimédész létrehozta a *statika* tudományát, leírta az emelőtörvényt és a hidrosztatikai egyensúlyt. Meghatározta a tömegközéppont (súlypont) fogalmát, és kiszámította (pontosabban: megszerkesztette) számos geometriai alakzat súlypontját.

Az *emelőkre* vonatkozó törvények már korábban is ismertek voltak, azonban ezeket Arkhimédész foglalta rendszerbe. Az egyensúly törvényeit a kor tudományos szokásának megfelelő módon úgynevezett axiómák és az ezekből egyszerű logikai lépésekkel levezetett tételek formájában tette közzé. (Eukleidésznél is olvashatók geometriai axiómák és tételek.) Legfontosabb axiómái: a szimmetrikusan terhelt emelő egyensúlyban van; a felfüggesztési pontban az egész súly hat (Simonyi, 1978).



2. ábra A hengerbe írt gömb

Arkhimédész *matematikai eredményeihez* is a mechanikai modelljein keresztül jutott el. Ezek némelyike már az integrálszámítás csíráit hordozza magában (pl. a parabolaszeletek területének, a gömb térfogatának és felszínének kiszámítása során). Tetszés szerinti pontossággal meghatározta a kör kerületét, közelítő értéket adott a π számra. Leírta, hogy az egyenlő oldalú hengerbe írt gömb térfogatának és felszínének mérőszámainak aránya 2/3. Sírjára is ezt vésték rá.

Találmányai

Találmányai – csigák, tükrök, vízemelő –, melyek közül többet meg is építettek, fontos szerepet játszottak a rómaiakkal folytatott harc során a II. pun háború idején.

Hatása

Arkhimédész munkája nélkül nem tudta volna Kepler felfedezni a bolygók ellipszispályáját, hiszen ahhoz ismernie kellett ezt a görbét. Galilei sem fedezhette volna fel a vízszintes hajítást végző test pályájának parabola alakját, ha nem ismerte volna a parabolát. Arkhimédésznek a sűrűségfogalom – amelyet több mint ezer évvel később Al Biruni vezetett be és 18 anyag esetében meg is mért – megalkotásában is alapvető szerepe volt. A középkorban a sűrűség vált a pénzérmék aranytartalmának meghatározásának fő módszerévé (bár ez nem igazán volt egzakt módszer). Napjainkban minden kifejlesztett új anyag esetében az egyik alapvető mérés a sűrűség meghatározása és táblázatokban való közlése.

A híres történet

Hierón, Siracusa királya fogadalmi ajándékként színaranyból kívánt készíttetetni egy koronát. A korona el is készült, de Hieronban fölmerült a gyanú, hogy az ötvös csalt, és a kapott arany egy részét ezüsttel pótolta. A király ARKHIMÉDÉSZT kérte fel a gyanú igazolására.

A TÉMA KUTATÁSI SZEMLÉLETŰ FELDOLGOZÁSA

A vizsgálandó probléma

Az ötvös minden bizonnyal csalt, vagyis az arany egy részét ellopta. De ezt leplezendő minden bizonnyal az arany egy részét azonos tömegű ezüsttel helyettesítette. Így az általa készített korona tömege megegyezik a király által a munkához rendelkezésre bocsátott arany tömegével.

Kutatási kérdések

- Hogyan lehet kimutatni azt, hogy az ötvös csalt?
- Milyen méréseket kell ehhez elvégezni?
- A mérési eredményekből miként lehet következtetni a csalásra, és lehetőleg annak mértékére is? Mennyi aranyat lophatott el az ötvös?

Vizsgálat

Vitruvius római építész leírása szerint a dolog nyitjára ARKHIMÉDÉSZ akkor jött rá, amikor a fürdőben a vízzel telt fürdőkádba lépve a kádból egyre több víz ömlött ki, minél jobban belemerült a kádba. ARKHIMÉDÉSZ hosszas töprengés után a következő *összehasonlító méréseket* gondolta ki, mellyel még az esetleges csalás mértékét is meg lehet határozni: Kért a koronával azonos súlyú arany-, illetve ezüstkockát. Mindkettőnek és a koronának is meghatározta a térfogatát úgy, hogy megmérte az általuk kiszorított víz térfogatát. Jelöljük a csalás mértékét H-val:

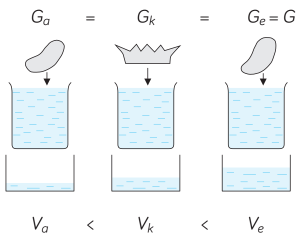
$$H = (V_k - V_a) : (V_e - V_k)$$

ahol V_k a korona által, V_a az aranytömb által, V_e az ezüsttömb által kiszorított víz érfogata. Ha $V_k = V_a$, akkor nincs hamisítás, $H = 0$.

A *tapasztalata* az volt, hogy korona az aranykockánál több vizet szorított ki, amiből arra *következtetett,* hogy valóban csalás történt. A fenti gondolatmenet alapján még a belekevert ezüst mennyiségét is meg lehetett határozni a három térfogatmérés eredményéből.

Arkhimédész módszerére épülő feladat[2]

Siracusa királya, Hierón, koronát csináltatott magának. Ehhez át is adott ötvösének megadott tömegű aranyat. Később azonban gyanút fogott, hogy az ékszerész az arany egy részét kicserélte ezüstre. Gyanúja igazolásához ARKHIMÉDÉSZT kérte fel, aki tömeg- és térfogatmérések alapján adott választ a kérdésre. Méréseinek adatai a táblázatban láthatók.



Mennyiség	A)	B)	C)
tömeg (g)	3750	3750	3750
térfogat (cm^3)	357	194	315

Az arany sűrűsége 19,3 $\frac{g}{cm^3}$, az ezüst sűrűsége 10,5 $\frac{g}{cm^3}$.

Válaszoljon a következő kérdésekre!

- Melyik korona készült arany-ezüst ötvözetből?
- Mekkora az ötvözet átlagos sűrűsége?
- Mennyi az ötvözet ezüsttartalma?
- Mekkora a koronában lévő ezüst térfogata, illetve tömege?

Megoldás

A sűrűségeket kiszámítva az *A)* korona ezüst, a *B)* korona arany, a *C)* korona az ötvözet, mivel itt köztes érték jön ki az osztásnál.

Az ötvözet átlagos sűrűsége: $\frac{3750}{315} = \underline{11{,}9\ \frac{g}{cm^3}}$

Az ezüst térfogatát jelöljük *x*-szel! Írjuk fel ezzel az arany és az ezüst tömegét, melyek összege 3750 g. $19{,}3 \cdot (315 - x) + 10{,}5x = 3750$, innen $x = \underline{264{,}7\ cm^3}$. Az ezüst tömege a sűrűséggel való szorzás után: $\underline{2779{,}5\ g}$.

Javaslatok további feladatokra a sűrűségfogalom témában

Próbáljátok meg bemutatni a koronahamisítás esetét *vas* és *alumínium* felhasználásával! Mérjétek meg a szükséges adatokat, illetve használjatok különböző táblázatokat! A kétféle fémet nem kell feltétlenül megolvasztani és ténylegesen összekeverni, elég, ha csak szorosan összeerősítitek. Arra figyeljetek, hogy az össztömeg minden esetben ugyanakkora legyen! Például használhattok vasból és alumíniumból készült szegecseket, melyeket egy vízhatlan nejlonzacskóba helyeztek. Ekkor

2 A feladat 2018-ban szerepelt az ELTE TTK első éves fizika szakosok szintfelmérő dolgozatában.

nagyon kell figyelni, hogy ne legyen levegő is a lezárt zacskóban. Vizsgáljatok meg többféle esetet is!

A kémiai tanulmányokhoz kapcsolódóan érdemes a periódusos rendszer elemeinek is megnézni a sűrűségét. Hol helyezkednek el a legnagyobb sűrűségű elemek, és mi lehet ennek a magyarázata. (Ezek a *d* mezőben helyezkednek el, azok közül is a nagyobb rendszámúak, mert ezek a legkompaktabbak, de nagy az *f* mezőbeli elemek sűrűsége is.)

A sűrűségfogalomra a fizikatanulás végén is érdemes visszatérni az atommagok tanulmányozásakor, mivel az az érdekes jelenség áll fenn, hogy az atommagok sűrűsége állandó, függetlenül attól, hogy mely elem atommagjáról van szó. Sőt, mai tudásunk szerint vannak olyan égitestek, melyek atommagnyi sűrűségűek. Ezek a neutroncsillagok.

KOPERNIKUSZ (TORUŃ, 1473 – FROMBORK, 1543)

Nikolausz Kopernikusz (latin írásmóddal Nicolaus Copernicus) 1473-ban született a lengyelországi Toruńban. Apja kereskedő volt, akinek halála után püspök nagybátyja gondoskodott róla. Krakkóban, majd Bolognában, Padovában, Ferrarában (itt doktorált 1503-ban kánonjogból) és Rómában tanult. Orvosi tanulmányokat is folytatott, nagybátyja háziorvosa is volt egyben. 1512-ben a fromborki dóm kanonokja lett. 1520-ban hivatalos elfoglaltságaitól visszavonult, és a székesegyház tornyában berendezett csillagvizsgálójában már csak a csillagászattal és a heliocentrikus világkép elméletével foglalkozott. Fromborkban halt meg 1543-ban. Asztronómiai gondolatait az 1514 körül kéziratos formában körözött *Commentariolus* című rövid írása révén ismertette meg a világgal. A részletesebb leírást sokévi várakozás után tanítványa, Rheticus (Georg Joachim Rheticus, Feldkirch, 1514 – Kassa? 1574), wittenbergi professzor 1540-ben megjelent *Narratio prima* című, Kopernikusz munkája alapján készült könyvéből ismerhette meg az akkori Európa. Kopernikusz fő műve, a *De revolutionibus orbium coelestium* (Az égi pályák körforgásáról) csak 1543-ban, a halála évében jelent meg Nürnbergben. Sokan ettől az évtől számítják az újkori tudomány kezdetét.

KOPERNIKUSZ KUTATÁSAINAK FELDOLGOZÁSA

A vizsgálandó probléma

A ptolemaioszi földközéppontú modell nagyon pontatlanul írja le az égitestek mozgását. Bonyolult módon helyezi el a köröket, és nem ad magyarázatot például a bolygók retrográd mozgására.

Kutatási kérdések

Milyen új modellel lehetne pontosabban és egyszerűbben leírni az égitestek mozgását? Hogyan lehetne a köröket (defferensek és epiciklusok) alkalmasabban elhelyezni, hogy azok magyarázatot adjanak például a retrográd mozgásokra?

Kopernikusz feltevései

„1. Az égitesteknek és égi szféráknak nincs egyetlen központjuk.

2. A Föld központja nem központja az univerzumnak, hanem csak a gravitációnak és a Hold szférájának.

3. Minden szféra a Nap mint középpont körül mozog, így a Nap az univerzum központja.

4. A Föld–Nap-távolság aránya a csillagos ég magasságához olyan sokkal kisebb, mint a Föld sugarának aránya a Naptól mért távolságához, hogy a Föld–Nap-távolság észrevehetetlenül kicsi a csillagos ég magasságához képest.

5. A csillagos ég mozgásának látszata nem a csillagos ég valódi mozgásának, hanem a Föld mozgásának következménye. A Föld a környező elemekkel együtt naponta egyszer megfordul rögzített pólusai körül, míg a csillagos ég és a legfelsőbb mennyek mozdulatlanul maradnak.

6. A Nap mozgásának látszata nem saját mozgásának, hanem a Föld mozgásának következménye, mellyel ugyanúgy keringünk a Nap körül, mint bármelyik másik bolygó. Így a Földnek egynél több mozgása is van.

7. A bolygók látszó retrográd és direkt mozgásai nem saját mozgásuknak, hanem a Föld mozgásának következményei. A Föld mozgása tehát képes magyarázatot adni az egek mozgásában látszó számos egyenlőtlenségre.” (Copernicus, 1543, idézi: Kutrovácz, 2015)

Kopernikusz modelljének értékelése

Kopernikusz heliocentrikus világképe – szemben Ptolemaiosz geocentrikus modelljével – egyszerű és logikus magyarázatot ad olyan égi jelenségekre, mint a bolygók fényességének változása, a retrográd mozgások, vagy a Hold fázisainak különbözősége. A Földnek a többi bolygó közé sorolásával Kopernikusz megszüntette az éles különbségtételt a földi és az égi események között. Modelljének egyetlen hibája, hogy ragaszkodott a bolygók körpályájához. Ezért is késlekedett művének kiadásával, mert az így számított bolygópozíciók a körpályák feltételezése miatt pontatlanabbak voltak a korábbiaknál. A problémát később Keplernek sikerült megoldania az ellipszispályák feltételezésével. Sajnálatos tény, hogy míg Ptolemaiosz a teljes égi mozgást 40 kör felhasználásával vélte leírni, addig Kopernikusznak a pontosabb leíráshoz 48 epiciklusra volt szüksége. Napközéppontú modellje végül valójában egyáltalán nem volt egyszerűbb, mint a ptolemaioszi, de azt csak kevesen ismerték. Amit ismertek, és napjainkban is erre hivatkoznak, az az egyszerűsített modell, melynek középpontjában a Nap található. És igazából ez az, amelyik hatott a későbbi korok tudósaira. Ezt nevezik sokan kopernikuszi fordulatnak.

KEPLER (WEIL DER STADT, 1571 – REGENSBURG, 1630)

Johannes Kepler 1571-ben született Weil der Stadtban. Egyetemi tanulmányait Thübingenben végezte, ahol a kopernikuszi tanokkal is megismerkedett. 1594-től Grazban tanított, ahol naptárakat is készített a kor szokásainak megfelelő asztrológiai jóslatokkal. 1600-ban lett Tycho de Brahe (Knudstrup, 1546 – Prága, 1601) asszisztense, majd egy évvel később utóda Prágában mint Rudolf császár udvari matematikusa és csillagásza. Itt jelent meg 1609-ben az *Astronomia nova* (Új csillagászat) című műve, amelyben a róla elnevezett 1. és 2. törvényt találjuk. Az 1611-ben megjelent *Dioptrice* (Optika) című munkájában a kis szögekre érvényes törési törvény, a Galilei-féle távcső elmélete és a Kepler távcső leírása található. Ezért az optika mint tudományterület megalkotójának is tekintik. 1619-ben jelent meg a *Harmonices mundi* (Égi harmóniák) című műve, amely a róla elnevezett 3. törvényt is tartalmazza. 1630-ban halt meg Regensburgban.

A 16–17. században a kopernikuszi elképzelés mellett tudományos körökben népszerű volt a Tycho de Brahe által használt modell is, mely a geocentrikus és a napközéppontú modellek „keverékének” tekinthető. Eszerint a középpontban a Föld áll és a Nap kering körülötte, az összes többi bolygó pedig a Nap körül kering. Ezt egyiptomi rendszernek is nevezik, melyet a görög Herakleitosz talált ki az ókorban. Tycho de Brahe (Knudstrup, 1546 – Benátky (Prága mellett), 1601) II. Frigyes dán király udvari csillagásza volt, akinek halála után, 1597-ben költözött Prágába, Rudolf császár udvarába. Közel húsz éven keresztül figyelte és jegyezte fel a bolygók mozgását (a csillagokhoz képest megfigyelhető bolygópozíciók alapján) az akkor elérhető legnagyobb pontossággal. 1601-ben bekövetkezett halála után ezeket az adatokat felhasználva tudta Kepler megfogalmazni a törvényeit.

A korszak tudományos problémája

Egyik modell – sem a kopernikuszi, sem pedig az egyiptomi – nem írta le jól a valóságot, nem összeegyeztethető a megfigyelési adatokkal.

Kutatási kérdések

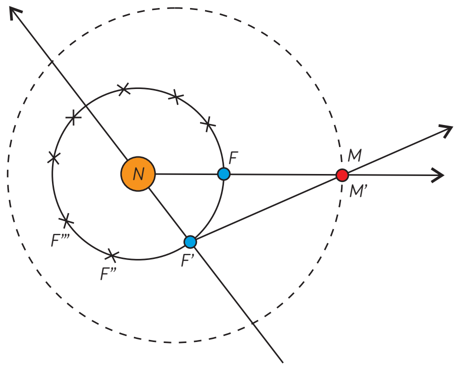
Milyen alakú lehet a bolygók pályája? Hogyan lehet a Mars „valódi” pályáját (mármint a Nap körülit) meghatározni Brahe már meglévő megfigyelési adatainak felhasználásával? Hogyan célszerű az adatokat csoportosítani?

A megfelelő modell kiválasztása

Kepler az akkor létező világmodellek közül a *kopernikuszi modellt* fogadta el, vagyis az egész rendszer középpontjának a Napot tekintette. Kepler zsenialitását és merészségét bizonyítja, hogy hajlandó volt a körkörösség eszméjétől megszabadulni, és valamilyen más görbét keresni, melyet végül az ellipszisben talált meg. Kepler gondolatmenetét Simonyi könyve alapján idézzük fel (Simonyi, 1978).

A földpálya alakja

A földpálya alakjának meghatározásához Kepler egyedülálló ötlettel állt elő, a megfigyelő pozícióját a Marsra helyezte át. Kiinduló helyzetként az szerepelt, amikor a Nap, a Föld és a Mars egy egyenesbe esik (*NFM*). Ismerte továbbá a Mars Nap körüli keringési idejét, ez 687 nap, tehát ennyi idő elteltével a Mars ismét a kiindulásival azonos térbeli helyzetbe kerül. A Föld viszont ebben az időpontban pályájának valamilyen *F'* pontjában lesz. Ezt a pontot pedig meg lehet szerkeszteni, ha ismerjük a *Nap–Föld* és a *Mars–Föld* irányt. Újabb 687 nap múlva a Mars ismét ugyanebben a helyzetben lesz, a Föld pályájának egy másik, *F"* pontjában, mely szögmérések segítségével ismét megszerkeszthető. És így tovább, vagyis anélkül, hogy bármi egyebet tudnánk a Mars pályájáról, mint a keringési időt, a Föld pályájának az alakja megszerkeszthető. A távolságok itt és a későbbiekben is relatív távolságok. Minden távolság a Föld Naptól mért távolságához viszonyítva van kifejezve.

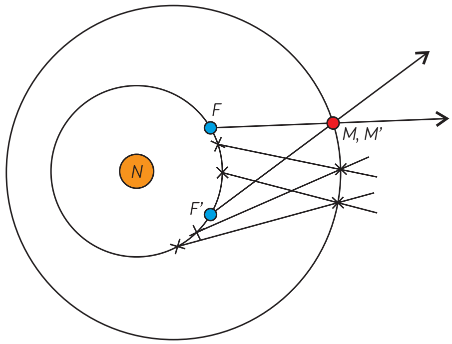


NFM kiindulási helyzet
F'NF∢ és *F'MF*∢ → pont

A Mars pályája

A földpálya ismeretében határozta meg Kepler a Mars pályáját. Az egyes pontok megszerkesztéséhez a következő gondolatmenetet követte. Előzetes tudásként ismét felhasználta azt, hogy a Mars Nap körüli mozgásának periódusideje 687 nap. Tehát 687 naponként a Mars ugyanabban a térbeli helyzetben van. Válasszunk ki két, egymástól 687 napnyi „távolságban" lévő helyzetet a földpályán. Ha megmérjük a Mars irányát mindkét helyzetben, akkor a két irányvonal metszéspontja kijelöli a marspálya egyik pontját. Ezt a szerkesztést kell sok esetben elvégezni, hogy minél több pont legyen az ismeretlen görbén. A hosszú évekig tartó méréssorozatot nem kellett Keplernek elvégezni, hiszen rendelkezésére álltak Brahe adatai,

„mindössze” a számára szükségeseket kellett azokból kiválogatni. Vagyis a 687 naponkénti adatpárokat kellett kikeresni és megszerkeszteni az egyes pontokat. Így valójában meg lehetett kapni a pálya „nyomképét”, melyből a bolygó pálya menti sebessége, illetve annak változása is „látható” volt. (Az azonos időszakaszok végpontjaiban kapott pontok sűrűsége alapján.) Ez a magyarázata annak, hogy KEPLER valójában a róla elnevezett 2. törvényt előbb fogalmazta meg, mint az elsőt.



NFM∢ és *NF'M'*∢ ($\Delta t = T = 687$ nap) szögpárok 687 napnyi „távolságban”

Azt, hogy ezek a mérési eredmények milyen görbére illeszthetők, szintén nem volt könnyű feladat megtalálni. A kúpszeletekkel, így az ellipszissel már az ókori görögök is sokat foglalkoztak. Ezt a tudást felhasználva lehetett azonosítani a pálya alakját mint ellipszist.

Kepler munkájának értékelése

KEPLER munkája alapvető volt a newtoni fizika kialakulásához. Kortársai viszont nem igazán értékelték. GALILEI sem értette meg a Kepler-törvények jelentőségét. Ez a feladat NEWTONRA és kortársaira várt.

GEO- ÉS HELIOCENTRIKUS VILÁGKÉP – EGY PARADIGMA VÁLTOZÁSA

Egy adott korban a tudósok látásmódját erősen befolyásolja a korszak ideológiája, szemléletmódja, amelytől nagyon nehezen tudnak megszabadulni. Erre kiváló példa az egyenletes körmozgás, amelyet Platón (Athén vagy Aigina, i. e. 427 – Athén, 347) vezetett be a bolygók mozgásának leírására, ARISZTOTELÉSZ (Sztagira, i. e. 384 – Kalkísz, 322) emelt „dogmává”, majd hosszú évek múlva PTOLEMAIOSZ is egyenletes körmozgásokból próbálta összerakni a bolygók pályáját, a defferensek mellett számtalan segédkört, epiciklust felhasználva. Évszázadok múlva KOPERNIKUSZ is addig helyezte a köröket, amíg végül a bolygók mozgását ő is le tudta írni egyenletes körmozgások eredőjeként. Így természetesnek vehető, hogy KEPLER is mindenáron körre akarta illeszteni a megfigyelésekből nyert adatokat. Kivételes zsenialitásának és legalább ennyire kitartásának köszönhető, hogy megszabadult ettől a „dogmától” és több „vargabetű” után felfedezte, hogy a megfelelő görbe az ellipszis, majd a többi róla elnevezett törvényt is megfogalmazta.

Kepler a Mars pályájával kapcsolatos *kérdését egy modell keretei között* fogalmazta meg, nevezetesen a kopernikuszi modellt választotta. A Föld és a többi bolygó keringési idejének eleve csak ebben a modellben van értelme. A pályák alakjára vonatkozóan *különböző hipotézisei* voltak. Ilyen volt az addigi modellekben kizárólagosan szereplő kör. Megpróbálta tehát a kiválasztott *észlelési adatok alapján* kapott pontokat körre illeszteni, de ez a *hipotézise nem vált be, újat kellett keresni.* Végül *rátalált az ellipszisre,* de ezt azért tudta megtenni, mert már ismert volt az ellipszis fogalma. Ezt a görbét nem neki kellett felfedezni.

Jellemző volt Kepler gondolkodásmódjára, hogy a pálya meghatározását nem egyszerű geometriai problémaként kezelte, ahogy addig mindenki, hanem fizikai erőkkel kapcsolatos oksági magyarázatot keresett. A Nap központi helyre való állításában is kifejeződött ez, mert Kepler már a tömegvonzásra is gondolt. Új fogalmi rendszerbe illesztette a problémát, másképp látta, mint azt elődei tették. Továbbá Brahe példájából látható, hogy hiába végez valaki rendkívül pontos megfigyeléseket, csupán csak a mérési adatokból nem tud törvényszerűségeket kiolvasni. Jól példázza ezt Koestler szellemes megállapítása:

> „Tudni kell használni az észleleteket; a nehézséget az okozza, hogy mikor vegyük figyelembe az egyiket, s mikor a másikat." (Koestler, 1996, p. 444)

NEWTON (WOOLSTHORPE, 1643 – LONDON, 1727) – „AZ ÉGI ÉS FÖLDI MECHANIKA EGYESÍTÉSE"

Isaac Newton 1643. január 4-én született Woolsthorpe-ban, amit apja már nem élt meg. Édesanyja másodszor is férjhez ment, így a kis Isaacot a nagyanyja nevelte fel. Newton falusi iskolába járt, majd a városi iskolába íratták. Newton a középiskola után Cambridge-be ment tanulni a Trinity College-ba. 1665–1666-ban pestisjárvány dúlt, emiatt Newton hazament, és ebben az időszakban jött rá a differenciál- és integrálszámítás alapjaira, továbbá a gravitációs erőtörvényre. 1670-től adott elő a Trinity College-ban, elsősorban fénytant. 1672-ben küldte el saját készítésű *tükrös távcsövét* a Királyi Társaságba (Royal Society). A csillagászati megfigyelésekhez azóta is elsősorban tükrös távcsövet használnak. 1687-ben jelent meg élete fő műve: *Philosophiae Naturalis Principia Mathemetica* (A természetfilozófia matematikai alapjai) címmel. 1696-tól a pénzverde őre, 1699-től az igazgatója volt. 1704-ben jelent meg *Optika* című könyve, mely kísérleti leírásokat tartalmaz. Ebben írta le híres prizmás kísérletét, mellyel a fehér fényt színeire bontotta.1703-tól 1727-ben bekövetkezett haláláig a Királyi Társaság elnöke volt Londonban. Soha nem nősült meg. Az erő mértékegységét nevezték el róla. 1 N az az erő, mellyel egy 1 kg tömegű testet 1 s alatt 1 m/s sebességre lehet felgyorsítani.

A korszak ismeretei a mozgás leírására

Milyen ismeretekre támaszkodhatott NEWTON a mozgás leírásában? Abban az időben a következő ismeretek álltak rendelkezésére:

- GALILEITŐL a szabadesés leírása,
- DESCARTESTÓL és HUYGENSTŐL az ütközések leírása,
- HUYGENSTŐL az egyenletes körmozgás gyorsulása,
- Kepler-törvények.

A korszak tudományos problémája az volt, hogy nem tudták megmagyarázni, hogy ha a földfelszín közelében lévő testek leesnek, akkor a Hold miért nem esik le a Földre. Vajon az égen és a Földön más törvényszerűségek érvényesek, ahogy Arisztotelész gondolta?

Kutatási kérdések

Mik lehetnek a mozgások leírásához általánosan használható törvények? Hogyan lehet ezekből megkapni, levezetni KEPLER törvényeit?

A *Principia* szerkezete:

1. A testek (tömegpont) mozgása, a három, NEWTONRÓL elnevezett axióma
2. A testek mozgása súrlódó közegben
3. Gravitáció, a bolygók mozgásának leírása

A Royal Society 1686-os jegyzőkönyvében a következőképp jellemzik könyvét:

> „A Kopernikusz-féle hipotézis Kepler által adott változatának matematikai bizonyítása". Forrás: Royal Society jegyzőkönyve 1686. április 28. (idézi: Simonyi, 1978, p. 218)

A newtoni fizika leglényegesebb megállapítása, hogy nem a mozgás fenntartására, hanem ennek megváltoztatásához szükséges erőhatás. A mozgás állapot, nem pedig folyamat. A könyv első részében található a tömegpont mozgásának leírásához használható és róla elnevezett három törvény, amelyek inkább axiómáknak tekinthetők. Ehhez az oktatás során hozzá szoktak tenni egy negyediket, mely az erők vektoriális összegzését mondja ki. De ez NEWTONNÁL nem külön axióma, hanem azokat követően mondta ki ún. korroláriumként (származékos tétel).

A kortársak a mű érdemét a harmadik részben látták, amely a gravitációs erőtörvényt tartalmazza. NEWTON érdemének tekintették, hogy ennek felhasználásával le tudta vezetni a Kepler-törvényeket. Ezt azért fontos megjegyezni, mivel az $\frac{1}{R^2}$-es távolságfüggést sokan megsejtették, de ennél tovább nem jutottak.

Ehhez könyvében nem az általa megkonstruált integrálszámítás módszerét alkalmazta, mivel azt kortársai nem értették volna, hanem a kor által használatos geometriai módszereket. Ebben a részben kifejezetten sok megfigyelési adat található, mint például a Jupiter és a Szaturnusz holdjainak különböző időpontokban mért helyzetei. Ezekre azért volt szüksége, hogy számításait empirikus adatokkal tudja összevetni. Ezekből is látható, hogy a gravitáció törvényét általános és egyetemes összefüggésnek gondolta – ahogy napjainkban is gondoljuk – nemcsak a Nap és bolygói esetében, hanem minden égitestet illetően. Továbbá megmutatta, hogy a különböző égitestek nemcsak elliptikus, de akár hiperbola- vagy parabolapályán is mozoghatnak.

Munkájának további jelentősége, hogy megmutatta, hogy az égitestek és a Földön lévő tárgyak mozgását ugyanazon természeti törvények határozzák meg. A *Principia* azonnal nemzetközi hírnevet hozott Newtonnak, bár a kontinens tudósai a távolhatás elvét, ahogy maga Newton is, elvetették. Napjainkban már tudjuk, hogy a fénysebességgel terjedő hatást a gravitációs hullámok továbbítják.

A FÉNY TERMÉSZETÉNEK PROBLÉMÁJA

A fény mibenlétének kérdését régóta kutatta az emberiség. A látás ténye is izgatta az emberek fantáziáját, és a legkülönbözőbb hipotéziseket állították fel erre vonatkozóan. Az egyik legérdekesebb az ókori görögök idejében megjelent elképzelés, miszerint a szemből látósugarak indulnak ki, amelyek letapogatják a tárgyakat. Héron (i. sz. 10 – Alexandria, 70) is ezt gondolta, aki az alexandriai iskola tagja volt az ókorban. Ellenben az évszádokkal korábban élt Arisztotelész (Sztagira, i. e. 384 – Kalkísz, 322) a tárgyról leváló hártyaként értelmezte a látást.

Egy másik kiemelkedő alexandriai tudós volt Claudius Ptolemaiosz, aki az i. e. 2. században élt. *Optika* című könyvében többek között a fénysugarak fénytörését is tárgyalja. Ptolemaiosz mérési táblázatot is összeállított a levegőben mért különböző beesési szögekhez tartozó, vízben mérhető törési szögekre.

A törési törvény felismerése és helyes leírása már az iszlám aranykorban megtörtént. Ibn Sahl (940–1000) perzsa tudós 984-ben írt könyvében, melyben elsősorban a gömbtükrökről és a lencsékről értekezik, helyesen írja le a törési törvényt, melyet nem szögekkel, illetve szögfüggvényekkel fogalmazott meg, hanem szakaszok arányaként. Ez a leírás gyakorlatilag ekvivalens a Snellius és Descartes által adottal. Továbbá ezen ismeretet is felhasználva mutatta meg Ibn Sahl, hogy a lencsék esetében a fény összegyűjthető egyetlen pontba, a fókuszpontba.

Az optika területén a legjelentősebb arab tudós Ibn al-Haytham, latinosan Alhazen, (Basra, 965 – Kairó, 1039). Alhazen munkássága komoly forrásként szolgált az európai reneszánsz tudósnemzedék (mint pl. Kepler és Galilei) számára. Az 1011 és 1021 között készült *Optika* (Kitab al-Manazir) című hétkötetes könyv (a kitab arab szó, jelentése könyv) a legjelentősebb középkori munkának tekinthető. Latinra egy ismeretlen szerzetes fordította le a 12. század végén, a 13. század elején, majd 1572-ben adták ki.

Alhazen könyvében definiálta az *átlátszó* és az *átlátszatlan test* fogalmát. Megkülönböztetett elsődleges és másodlagos fényforrásokat. Elsődlegesnek tekintette a Napot, melyből a minden irányban jövő fénysugarak megvilágítják a tárgyakat, majd a tárgyakról kiinduló gyengébb sugarak (a visszavert fény) érkeznek a szembe. Tárgyalta a szem szerkezetét, a látás mechanizmusát, a fény útjának meghatározását a látás során. Elvetette a látás ókori látósugár-elméletét. Alhazen szerint nem a szem bocsát ki sugarakat, hanem azok érkeznek a szembe a tárgyról. Példaként hozta fel, hogy a nagyon erős fényforrásba való belenézés károsítja a szemet. A testeket a róluk visszavert és a szembe érkező fénysugár miatt látjuk.

Könyvében tárgyalja továbbá a sötétkamra (*camera obscura*) működését a fénysugár-elképzelés alapján. A fordított állású képet a fénysugár-elképzeléssel magyarázta. Vizsgálta, hogy különböző csöveken keresztül milyen esetben lehet átlátni. Például egy egyenes cső végében lévő gyertyát látjuk, de amennyiben meghajlítjuk a csövet, akkor már nem látjuk. Vagy ha bedugjuk a cső végét, akkor sem látjuk azon keresztül a gyertyát, hiszen a fénysugarak nem kerülik meg a csövet. Ezeket a kísérleteket napjainkban is alkalmazzuk az oktatás során a fény egyenes vonalú terjedésének bemutatásához.

Alhazen vizsgálta a *homorú* és a *parabolatükör visszatükrözését* is. A fénysugár geometriai *modellje alapján* gondolt ki *kísérleteket, elvégezte azokat, majd vizsgálatait leírta könyvében, hogy más is megismételhesse.* Ezzel egyben megteremtette a *tudományos megismerési módszer* alapjait is.

A Holdat olyan testnek tekintette, amely visszaveri a fényt. A sötétséget úgy határozta meg, mint a fény hiányát. Az árnyékjelenséget a fény egyenes vonalú terjedésének következményeként magyarázta. A fényt véges sebességgel terjedő „hatásnak” gondolta, mely sebesség jóval nagyobb kell, hogy legyen, mint a hang terjedési sebessége. Hasonlóképpen gondolkodott több kortársa is ebben a kérdésben: a fényforrás bocsájtja ki a fényt, melyet kis részecskéknek gondoltak.[3]

Galilei és Kepler is Alhazen könyvéből tanulták az optikát, mely segítségükre volt távcsövük megalkotásában. Descartes a törési törvény megalkotásához a fény hullámmodelljét használta.

3 http://islamsci.mcgill.ca/RASI/BEA/Ibn_Sahl_BEA.htm
http://islamsci.mcgill.ca/RASI/BEA/Ibn_al-Haytham_BEA.htm

A FÉNY MIBENLÉTE: HULLÁM VAGY RÉSZECSKE?

Ez a 17. század egyik fontos tudományos kérdése volt. Huygens a fényt Newton korpuszkuláris elképzelésével ellentétben hullámnak gondolta. Mégpedig longitudinális hullámnak, holott a fény transzverzális jellegét bizonyító polarizációt is ő fedezte fel. A fény hullámelmélete alapján sikerrel magyarázta meg a fényvisszaverődés, a fénytörés és a kettős törés törvényeit.

Newton egyik fő érdeme a színek tanulmányozása volt. A prizmás fényfelbontás alapján ő mutatta ki elsőként, hogy a fehér fény a valóságban különböző színű fénysugarak keveréke. Azonban tévesen arra a következtetésre jutott, hogy a lencsék elkerülhetetlen belső hibája akadályozza, hogy a tárgyakról éles képet alkossanak, mivel a különböző színű sugarakat nem lehet a lencsétől azonos távolságban fókuszálni. Ezért azt hitte, hogy a lencsés távcsövek nem tökéletesíthetők tovább, és ezért megalkotta a színtől független visszaverődésen alapuló tükrös távcsövet.

Newton felfogását csak később egyszerűsítették le és fogalmazták meg úgy, mintha a fényt egyszerűen golyók áramlásának tekintette volna. Elhagyták az ezzel kapcsolatos kételkedő álláspontját.

Huygens szerint a fény terjedése úgy jön létre, hogy a fényt kibocsátó test meglöki a körülötte lévő igen finom anyagnak, az éternek a részecskéit, majd ezek a meglökött részek rugalmas golyók módjára továbbadják mozgásállapotukat, akárcsak a hang esetében. Azt a feltételezett közeget, amelyben a fény hullámjelenségei lejátszódnak, azaz a fényhullámok mechanikus hordozóját Huygens óta „éternek” nevezték. Ezt az elképzelést Einstein vetette el.

Valójában a fény hullám- vagy részecsketermészetének kérdése sokáig eldöntetlen maradt. 1800-ban azonban megjelent Thomas Young (Milverton, 1773 – London, 1829) angol fizikus *Kísérletek és kutatások a hangról és a fényről* című tanulmánya. Ebben több interferenciával magyarázható, vagyis egyértelműen hullámmodellt feltételező kísérletéről számol be.

A képalkotás is interferenciajelenség. A tárgy és a képpont között minden fénysugárra meg kell egyezzen az optikai úthossz. Ez azt jelenti, hogy a tárgypontból különböző irányokban elinduló úgynevezett tárgyhullámok a képpontban fáziskülönbség nélkül találkoznak, tehát erősítik egymást. A leképezéshez használt optikai rendszer a tárgytér pontjaiból kiinduló fénysugarak irányát úgy módosítja, hogy az egy pontból kiinduló sugarak vagy ezek meghosszabbításai ismét egy pontban találkozzanak.

Michael Faraday azt is tudni kívánta az anyagok mágneses tulajdonságainak vizsgálata során, hogy az optikai jelenségeket is befolyásolja-e a mágneses mező, mintegy megsejtve azt, hogy a fénynek is köze lehet az elektromágneses mezőhöz. Ez irányú kísérleteinek eredménye lett az a felismerése, hogy a mágneses mezőbe helyezett átlátszó anyagokban a fény polarizációs síkja elfordul. Ezt a jelenséget *Faraday-effektus* néven ismerjük.

Napjainkban a fényt egyrészt *elektromágneses hullámnak* tartjuk, mellyel az elhajlási és interferenciajelenségek magyarázhatók. Másrészt *oszthatatlan fotonnak*, amely inkább részecskemodell, mellyel a fotoeffektus magyarázható.

AMPÈRE (LYON, 1775 – MARSEILLE, 1836)

André-Marie Ampère apja selyemkereskedő volt, aki felismerve fia tehetségét különösen a matematika iránt, nagy gondot fordított taníttatására. Ampère apját azonban a francia forradalom alatt arisztokratának nyilvánították és kivégezték. A 18 éves fiatalemberre ez az esemény olyannyira bénítólag hatott, hogy egy időre elvesztette érdeklődését minden iránt. Később Lyonban magántanítással kezdett foglalkozni, majd 1802-ben Bourg-en-Bresse városban a kerületi központi iskola fizikatanára lett. 1805-ben Párizsba hívták az École Polytechnique-ba, ahol a fizika professzora lett. Utolsó éveiben egészsége nagyon megromlott, és tudományos érdeklődése is megcsappant. 1836-ban tüdőbajának gyógyítására Marseille-be utazott, ahol meghalt.

A korszak ismeretei

A newtoni fizika, a mechanika, Coulomb-törvény, Volta-oszlop, vezetők és szigetelők, elektrolízis (melynek segítségével több új elemet is felfedeztek, mint pl. a nátrium és a kálium).

Probléma

Hogyan függnek össze a newtoni mechanika segítségével leírható jelenségek az elektromos és mágneses jelenségekkel? Van-e kapcsolat az elektromos és a mágneses jelenségek között? Oersted (Rudkøbing, 1777 – Koppenhága, 1851) 1820-as kísérlete az első utalás erre. Ezt levél formában adta közre 1820 július 21-én, hogy *„az elektromos konfliktus nincs a vezető drótba bezárva”*. (idézi: Zemplén, Szabadváry, & Kontra, 1963, p. 13). Az áram járta elektromos vezető mágneses teret hoz létre maga körül, amely iránytűvel, mágnes elfordulása révén, kimutatható. E kísérlet nyomán lázas kísérletezés indult meg a kutatók körében.

Kutatási kérdés

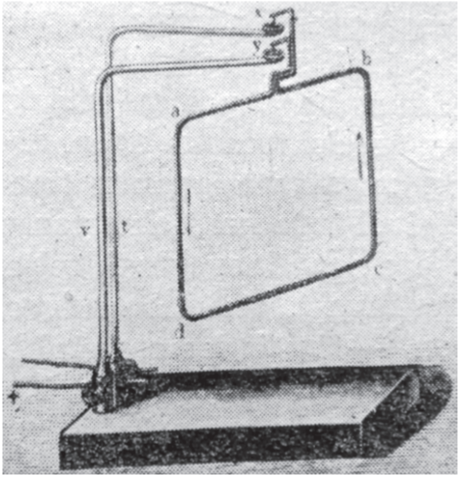
Ha a vezetőben folyó áram maga körül mágneses mezőt kelt, ami hat a mágnesre, akkor vajon az árammal átjárt vezető is elmozdul a mágnes hatására?
AMPÈRE tovább folytatta a gondolatmenetet: Akkor két árammal átjárt vezető is hat egymásra?

Hipotézis

Az árammal átjárt vezetők is hatnak egymásra, közöttük vonzás vagy taszítás tapasztalható.

Kísérletek

AMPÈRE nagyon precíz kísérleti berendezéseket készített elgondolásai vizsgálatára. Ezekkel tüzetesen megvizsgálta az áram és a mágnes, illetve az áramok egymásra gyakorolt hatását.



Ampère készüléke

Következtetések

Két párhuzamos vezető között vonzás lép fel, amennyiben azonos irányú áram folyik bennük. Ha ellentétes irányúak az áramok, akkor taszítás lép fel.

AMPÈRE ismerte fel azt is, hogy az áram járta szolenoid (tekercs) belsejében is mágneses mező van. A vasmagos tekercs mint elektromágnes, az ő találmányának tekinthető. A nevét viseli az Ampère-féle balkéz-szabály, amely a vezető árama által keltett mágneses tér irányát határozza meg. Az elektromos áram és az általa keltett mágneses tér erőssége között fennálló összefüggést nevezik Ampère-féle gerjesztési törvénynek.

AMPÈRE a molekuláris köráramok létezésének feltételezésével értelmezte az anyag mágneses tulajdonságait. Az elektrodinamika szót is ő használta először 1820-ban. Nevét őrzi az áramerősség SI-mértékegysége, az amper.

JOULE (SALFORD, 1818 – SALE, 1889)

James Prescott Joule egy Manchester melletti kis helység, Salford sörgyárosának volt a fia. Gyenge testalkata miatt 15 éves koráig otthon nevelkedett, majd magántanártól tanult. A fizikát, a kémiát és a matematikát John Daltontól (Eaglesfield, 1766 – Manchester, 1844) tanulta, akinek a nevéhez a modern atomelméletet kapcsoljuk. Joule szerint Dalton kulcsszerepet játszott abban, hogy tudóssá vált: „Az ő tanításának köszönhetem, hogy úgy döntöttem, többet akarok saját kutatásaim, kísérleteim által tanulni."

Nagyon sok kísérletet végzett, amelyekhez a legtöbb esetben saját maga alkotta meg a szükséges eszközöket. A problémát több felől is megközelítette, a mérésekről pontos beszámolókat adott, és a cikkei végén világosan összefoglalta az eredményeket.

1840-ben fedezte fel, hogy a testeket csak egy meghatározott mértékig lehet mágnesezni. Ebben az évben állapította meg azt is, hogy a vezetékben az elektromos áram által termelt hő arányos a vezeték ellenállásának és az áramerősség négyzetének szorzatával, amit azóta Joule törvényeként ismerünk. Sok más, a hő és az energia különböző formái közötti kapcsolatról szóló beszámolói között ez volt az első, amelyről cikke jelent meg a Royal Society (Királyi Természettudományos Társaság) lapjában.

1842-től 1878-ig azt vizsgálta, hogy lehetséges-e mechanikai munkát közvetlenül hővé alakítani bármilyen elektromos lépés nélkül. 1850-ben bemutatott híres „lapátkerék" kísérletével alapozta meg a hő és a mechanikai munka közötti azonosság elméletet.

Megállapította továbbá a gázok hirtelen kitágulásakor fellépő lehűlést (Joule–Thomson-effektus, Lord Kelvin, született William Thomson, Belfast, 1824 – Netherhall, 1907), amit a hűtőrendszereknél azóta is használnak. Joule ismerte fel azt is, hogy a gáznak az edény falára gyakorolt nyomása a részecskék fallal történő ütközéséből származik.

Tudományos tevékenységének elismeréseként a Királyi Társaság a tagjai közé választotta. 1875-ben elszegényedett, és az azt követő években folyamatosan betegeskedett egészen 1889. október 11-én Sale-ben (Chesire megye, Anglia) bekövetkezett haláláig. Tiszteletére róla nevezték el az energia, a munka és a hő közös nemzetközi mértékegységét, a joule-t.

Probléma

Az elektromos, a mechanikai munka és a hő kapcsolata. Ismert volt néhány olyan jelenség, mely a kapcsolatra utalt, mint például Rumford, eredeti nevén Benjamin Thompson, Rumford grófja, Woburn (Észak-Amerika), 1753 – Auteuil, Párizs mellett, 1814), ágyúfúrásos kísérlete. Az ágyúcső kifúrásakor, ami mechanikai munkavégzés, nagyon felmelegszik az ágyúcső. DALTON két jégdarabot dörzsölt össze, melynek eredményeképp azok elkezdtek megolvadni. Akkorra már világossá vált, hogy a halmazállapot-változáshoz is energia szükséges. Az árammal átjárt vezető felmelegszik, esetleg izzásba is jön. Az úgynevezett hőgépek már közel egy évszázada működtek. Tehát a kapcsolat megtalálása a *munka*, a *hő* és az *elektromos áram* hatásai között a korszak egyik fontos tudományos problémája volt.

Kutatási kérdés

Mekkora lehet az az elektromos, illetve mechanikai munka, amely egységnyi hőt szolgáltat?

Vizsgálat

JOULE a mechanikai munkát súlyok adott magasságból való süllyedéséből számolta, míg a hőt adott mennyiségű víz, majd később higany hőmérsékletének emelkedéséből.[4, 5]

Joule kutatásainak értékelése

JOULE munkássága előkészítette az energiamegmaradás törvényének kimondását, mely alapvető jelentőségű nemcsak a fizika, de minden természeti jelenség magyarázatához, értelmezéséhez.

THOMSON (MANCHESTER, 1856 – CAMBRIDGE, 1940)

Joseph John THOMSON apja könyvkereskedő és -kiadó volt, ő maga mérnöknek tanult a Manchesteri Egyetemen. Érdeklődése azonban egyre inkább a fizika tudománya felé fordult. 1876-ban ösztöndíjjal Cambridge-be utazott, és élete végéig e városban munkálkodott. Az elektron, az izotópok felfedezésével és a tömegspektrométer feltalálásával vált híressé. 1906-ban tüntették ki a fizikai Nobel-díjjal az elektron felfedezéséért és a gázok elektromos vezetésével kapcsolatos eredményeiért.

1899-ben megmutatta, hogy a fényelektromos jelenség során kilépő részecskék fajlagos töltése megegyezik a katódsugárzás részecskéinek fajlagos töltésével, tehát a fényelektromos jelenségben is elektronok lépnek ki az anyagból. 1904-ben megalkotta saját atommodelljét. Ebben a „mazsolás kalácsnak” nevezett modellben az atom pozitív elektromos közegében negatív töltésű elektronok mozognak. 1919-ben vonult vissza, a Cavendish Laboratóriumot pedig legjelesebb tanítványa, Ernest RUTHERFORD vezetésére bízta.

4 A hő és a mechanikai energia közönséges formái közötti egyenérték-reláció létezéséről http://chemonet.hu/hun/olvaso/histchem/ho/joule.html

5 https://www.netfizika.hu/a-ho-es-a-mechanikai-munkavegzes-kapcsolata-joule-lapatkerekes-kiserlete

AZ ELEKTRON FELFEDEZÉSE

Joseph Thomson elektromos áram ritkított (mindössze néhány pascal nyomású) gázokban való vezetésének vizsgálata közben fedezte fel az elektront 1897-ben.

Probléma

A 19. század végére sok ismeret gyűlt össze az anyag elektromos tulajdonságairól. Az elektromos és az atomi tulajdonságok közti kapcsolatra ugyan már Faraday elektrolízises törvényei is utaltak, de annak mibenléte még nem volt teljesen világos. Ezt találta meg Thomson.

Már az 1870-es évektől kezdve ismerték azt a jelenséget, hogy légritkított térben lévő fémelektródok között megfelelően nagy potenciálkülönbség (néhány ezer volt) esetében a katódról sugárzás indul ki, amelyet katódsugárzásnak neveztek el. Az eszköz neve pedig katódsugárcső. A katódsugarak elektromos és mágneses eltérítésével végzett kísérletek hatására vált egyre erősebbé az az elképzelés, hogy a katódsugár nem elektromágneses sugárzás, hanem negatív töltésű korpuszkulákból áll. De meg kell jegyezzük, hogy voltak, akik inkább az elektromágneses hullámokhoz hasonló hullámjelenségnek gondolták. Tehát e *kétféle elképzelés között kellett választani.*

Kutatási kérdések

Milyen alkotóelemei lehetnek a katódsugárzásnak? Honnan származhatnak a katódsugárzás alkotóelemei?

> „Mivel a katódsugarak negatív elektromos töltést hordoznak, az elektrosztatikus erő hatására úgy térülnek el, mintha negatív elektromos töltésűek lennének, és a mágneses erő úgy hat rájuk, mintha olyan negatív elektromos töltésű testre hatna, amely ezeknek a sugaraknak a pályáján mozog: csak arra tudok következtetni, hogy ezek olyan negatív elektromos töltések, amelyeket anyagi részecskék hordoznak. Ekkor rögtön felvetődik az a kérdés, hogy „Mik ezek a részecskék? Atomok vagy molekulák, vagy az anyag még finomabb részekre osztásával keletkeztek?" (Thomson, 1897)

Vizsgálatok

Thomson a korpuszkuláris elképzelés mellett volt, és annak fényében kezdte el *vizsgálatait*, amelyek során kimutatta, hogy a katódsugár olyan részecskékből áll, *amely részecskék azonosak, bármilyen elemet is használt katódként vagy töltőgázként.* Továbbá fémekből nemcsak a katódsugárcsőben léphetnek ki az előbb említett részecskék, hanem hevítés, sőt bizonyos fémekből megvilágítás hatására is.

Következtetés

THOMSON arra a következtetésre jutott, hogy ez a részecske *minden elem atomjának alkotórésze*. Ezt nevezték el elektronnak. A szó görög eredetű és borostyánkövet jelent. (A borostyánkő dörzsölés hatására elektromos állapotba kerül, amely jelenséget már az ókori görögök is ismerték, bár magyarázni természetesen nem tudták. Erre a régen ismert tapasztalatra emlékeztet az elnevezés.) A nevet nem THOMSON, hanem Georg J. STONEY (Birr, 1826 – London, 1911) ír fizikus adta már 1874-ben, amivel rámutatott arra, hogy amennyiben az anyag atomos szerkezetű, akkor az elektromosságnak is kell hogy legkisebb adagja legyen.

További kérdések

Az újonnan felfedezett részecskéknek *mekkora* a tömege és a töltése?

Az elektron tömegének meghatározása a következő lépések szerint történhet:

1. Az elektronok a katódsugárcsőre kapcsolt gyorsító feszültség hatására a munkatétel alapján meghatározható mozgási energiára tesznek szert, ami: $qU = \frac{1}{2}mv^2$.

2. A katódsugarat mozgási irányára merőleges, homogén mágneses mezőbe vezetjük, ahol azok körpályán fognak mozogni. A mozgásegyenlet a következőképp írható fel:

$$m\frac{v^2}{R} = qvB\,,$$

amiből a sebesség

$$v = \frac{q}{m}RB\,,$$

ezt beírva a munkatételbe:

$$qU = \frac{1}{2}m\frac{q^2}{m^2}R^2B^2\,,$$

ahonnan az elektron fajlagos töltése, $\frac{q}{m}$ kifejezhető: $\frac{q}{m} = \frac{2U}{R^2B^2}$.

A katódsugárcsőből kilépő sugárzás negatív töltésű részecskéinek fajlagos töltése a mérési eredmények szerint $-1{,}758804 \cdot 10^{11}\,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{kg}}$. Ennél nagyobb abszolút értékű fajlagos töltést sohasem észleltek. Az elektron hordozza tehát a tömegegységre jutó legnagyobb töltést.

THOMSON így írt 1897-ben az elektronról:

„Ezekből a mérésekből azt látjuk, hogy $\frac{m}{q}$ értéke független a gáz természetétől, nagysága (10^{-7}) pedig nagyon kicsiny a 10^{-4} értékhez képest, amely eleddig ezen mennyiség legkisebb ismert értéke volt, és amely érték az elektrolízisben található hidrogénionhoz tartozik…

$\frac{m}{q}$ kicsiny volta eredhet m kicsinységéből, vagy q nagyságából, vagy a kettő kombinációjából…

… Ilyen módon a katódsugarak az anyag új állapotát jelentik, egy olyan állapotot, amelyben az anyag részekre bomlása sokkal magasabb fokú, mint a közönséges gázállapotban: ez egy olyan állapot, melyben minden anyag – származzon az hidrogénből, oxigénből vagy bármely más forrásból – már egy és ugyanazon fajta; lévén ez az a szubsztancia, amelyből az összes kémiai elem felépül.” (Thomson, 1897)

Az elektron töltését 1910-ben Robert MILLIKAN (Morrison 1868 – San Marino, 1953) amerikai fizikus mérte meg nagy pontossággal. THOMSON az elektront az anyag univerzális összetevőjének tekintette, és az atomok belső szerkezetének magyarázatára megalkotta az első atommodellt. Elképzelése szerint az atom viszonylag nagy tömegű pozitív elektromos töltésű gömb, melyben parányi elektronok helyezkednek el. Az elektronok száma annyi, hogy az elektronok együttesen éppen semlegesítik az atom pozitív töltését, és ez a szám a különböző elemek atomjainál más és más. A meghatározott pontokban levő elektronok nyugalmi helyzetük körül rezeghetnek. THOMSON atommodelljét hamarosan RUTHERFORD fejlesztette tovább.

RUTHERFORD (BRIGHTWATER, 1871 – CAMBRIDGE, 1937)

Ernest RUTHERFORD új-zélandi születésű brit fizikus. Új-Zéland Déli-szigetén született egy 12 gyermekes család negyedik gyermekeként. Apja Skóciából kivándorolt földműves volt, anyja Angliából kivándorolt tanítónő. Az állami iskola elvégzése után ösztöndíjat nyert egy magániskolába, ahol kitűnt tanulmányi eredményeivel. Az egyetemet Új-Zélandon végezte. 1894-ben matematikából és fizikából doktorált, majd a cambridge-i Cavendish Laboratóriumban J. J. THOMSON mellett kezdte a radioaktivitás jelenségét kutatni. 1897-ben ő vezette be az alfa-, béta- és gamma-sugárzás elnevezéseket. 1908-ban kimutatta, hogy az alfa-részecskék valójában héliumatommagok. 1898–1907-ig a montreali McGill egyetem fizikaprofesszora volt. 1907-ben elfogadta a manchesteri egyetem meghívását a fizika tanszék élére.

1908-ban kémiai Nobel-díjat kapott „az elemek bomlásának vizsgálataiért és a radioaktív anyagok kémiájában elért eredményeiért". Szóráskísérletei során 1911-ben felismerte, hogy az atomok pozitív töltése az atom nagyon kicsiny középső részében, az atommagban koncentrálódik.

1919-ben a cambridge-i Cavendish Laboratórium vezetője és a kísérleti fizika professzora lett, itt a fizika történetének egyik legjelentősebb kutatói iskoláját hozta létre, melyből több Nobel-díjas is kikerült. Ugyanebben az évben sikerült mesterséges kémiai elemátalakítást létrehoznia: nitrogén atommagot bombázott alfa-részecskékkel, e reakció terméke volt az oxigén-17 és a proton, melyet RUTHERFORD nevezett el.

Problémák

THOMSON mazsolás kalács atommodellje nem magyarázott meg minden addig ismert tényt. Például LÉNÁRD Fülöp (Pozsony, 1862 – Messelhausen, 1947) magyar származású Nobel-díjas (1905) fizikus, a katódsugarak vékony fémfólián való kivezethetőségének magyarázatára azt gondolta ki, hogy az atom egy része üres.

Kutatási kérdések

Milyen lehet az atom szerkezete? Hogyan helyezkednek el az atomban a pozitív töltések? Hogyan lehetne ezt megvizsgálni?

Vizsgálat

RUTHERFORD a munkatársaival vékony fémlemezeken áthaladó alfa-részecskék szóródását vizsgálta.

Tapasztalat

A szóráskísérlet meglepő tapasztalata az volt, hogy nagyon nagy szögben, sőt hátrafelé szóródott alfa-részecskéket is találtak.

A tapasztalat matematikai leírása

A nevezetes Rutherford-féle szóródási formula a következő:

$$\frac{\Delta n}{n} = \frac{Ne^4 Z'^2 s}{m^2 v_0^2 \sin^4\left(\frac{\vartheta}{2}\right)} \Delta\Omega,$$

ahol s a fólia vastagsága, n az áthaladó α-részecskék száma, amelyek közül Δn szóródik a ϑ szög körüli kis $\Delta\Omega$ térszögbe. N a fólia térfogategységében lévő atomok száma, e az elemi töltés, m és v_0 az α-részecske tömege, illetve kezdeti sebessége.[6]

Nézzük meg egy R sugarú töltött Q gömb által kialakított elektromos mező térerősségének alakulását!

Ha $r > R$, vagyis a gömbön kívül vagyunk, akkor a térerősség úgy változik a gömb középpontjától mért távolság függvényében, mintha a teljes töltés a középpontban lenne, vagyis:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{r^2}.$$

Ha $r < R$, akkor az r sugáron belül lévő töltést kell csak figyelembe venni, vagyis:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q(r)}{r^2}$$

$$\frac{Q(r)}{Q} = \frac{\frac{4\pi}{3} r^3}{\frac{4\pi}{3} R^3} = \frac{r^3}{R^3}$$

$$Q(r) = \frac{Qr^3}{R^3}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Qr^3}{R^3} \frac{1}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{R^3} r.$$

Ha $R = r$, akkor

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{R^2}.$$

6 A Szilárd Leó Verseny szimulációs feladatai:
https://www.szilardverseny.hu/cikkek/szimulacios-feladatok
Rutherford kísérlet szimulációja: http://sukjaro.eu/SCsaba/Rutherford/Rutherford.htm

Vagyis a térerősség nagysága a következőképpen alakul a gömb középpontjától mért távolság függvényében: lineárisan nő egészen a gömb felületéig, majd onnan $\frac{1}{r^2}$ -nek megfelelően csökken. Tehát a legnagyobb az értéke a gömb felületén. Továbbá az is látszik, hogy minél kisebb a gömb R sugara, annál nagyobb a felületén a térerősség!

A szórási formulából sikerült továbbá a Z' értékét is meghatározni a nagyobb rendszámú elemek esetében, végül felismerték, hogy ez éppen a rendszámmal azonos!

Így egy kémiai elem rendszámának hármas jelentése van: az elem periódusos rendszerbeli sorszáma, az elem atomjának magjában lévő pozitív elemi töltések száma és a semleges atom elektronjainak száma. Ezek alapján a Rutherford-féle atommodell a következőképp jellemezhető: egy Z rendszámú elem atomjának tömege túlnyomórészt a Ze pozitív töltésű atommagban összpontosul, és e mag körül „kering" a Z számú elektron, hasonlóan, mint ahogyan a bolygók keringenek a Nap körül. Ezért ez az elképzelést az *„atom bolygómodelljének"* is nevezik.

Ez a modell nagy fejlődést jelentett a régebbi elképzelésekkel szemben, azonban van egy súlyos hiányossága: elektrodinamikailag nem stabil. Ugyanis az elektronnak a keringés során – amely két egymásra merőleges harmonikus rezgés eredőjének tekinthető – mint a rezgő dipólusnak, elektromágneses hullámokat, fényt kellene kisugároznia. A kisugárzás miatt viszont az elektron folytonosan energiát veszítene, a maghoz egyre közelebbi pályán, vagyis spirális mentén mozogna egyre nagyobb frekvenciával, és végül a magba zuhanna, így az atom megsemmisülne. Továbbá a keringési frekvenciával együtt folyamatosan nőne a kisugárzott fény frekvenciája is, vagyis folytonos színképet bocsátana ki. A tapasztalat viszont az, hogy az atomok léteznek, és vonalas színképet bocsátanak ki.

További kutatási kérdések

Miként okozhatják az atomszerkezet mennyiségi különbségei az elemek minőségi tulajdonságaiban megfigyelt különbségeket? Hogyan lehetséges az, hogy a 17 elektronnal rendelkező klór rendkívül reakcióképes, sárga színű gáz, ami sok vegyület alkotórésze; a 18 elektronnal rendelkező argon színtelen nemesgáz és egyáltalán nem alkot vegyületeket; a 19 elektronos kálium pedig alkálifém, ami szintén nagy reakciókészséggel rendelkezik és sok vegyület alkotórészét képezi? Miként képes egy többletelektron vagy egy elektron hiánya ilyen nagy különbségeket létrehozni az atomok tulajdonságaiban?
Ezekre a kérdésekre a kvantumelmélet tudott választ adni.

MARIE CURIE (VARSÓ, 1867 – PASSY, 1934) ÉS PIERRE CURIE (PÁRIZS, 1859 – PÁRIZS, 1906)

Maria Salomea SKŁODOWSKA Varsóban született 1867. november 7-én. 1883-ban érettségizett a varsói leánygimnáziumban, kiváló eredménnyel. Sokáig magántanítóként dolgozott, később nevelőnői állást vállalt vidéken. Szabadidejében matematikai, fizikai, szociológiai és filozófiai tanulmányokat folytatott. Varsói házitanítósága alatt kezdte meg tanulmányait a Varsói Ipari és Mezőgazdasági Múzeum által szervezett kémiai analitikai tanfolyamon unokafivére, Józef BOGUSKI (1853–1933) vezetése alatt, aki korábban a periódusos rendszert megalkotó Dimitrij MENGYELEJEV (Tobolszk, 1834 – Szentpétervár, 1907) orosz kémikus asszisztenseként dolgozott. Maria itt tett szert azokra a nagyon fontos analitikai kémiai ismeretekre, melyek segítségével évekkel később sikerült előállítania a polóniumot és a rádiumot.

Maria 1891-ben kezdte meg tanulmányait Párizsban a Sorbonne-on. 1893-ban fizikából, 1894-ben matematikából szerezte meg diplomáját. Ugyanebben az évben találkozott össze Pierre CURIE-vel, aki ekkoriban a mágnességet kutatta egy párizsi főiskolán. Közös tudományos érdeklődésük hozta őket össze, mivel ezekben az időkben Maria a különböző acélok mágneses tulajdonságait vizsgálta. 1895 júliusában összeházasodtak. Marie CURIE 1898 elején kezdte el doktori munkáját. Ehhez keresett témát, és rátalált Henri BECQUEREL (Párizs, 1852 – Le Croisic, 1908) eredményeire. Időközben férje, Pierre CURIE is olyan érdekesnek és izgalmasnak találta felesége kutatásait, hogy abbahagyta saját, sok eredményt hozó kutatási témáját és csatlakozott a sugárzó anyagok a tanulmányozásához. Marie CURIE a témából készült disszertációját rövid időn belül nagyon sok nyelvre, többek közt magyarra is lefordították. (Radnóti, 2011)

Milyen ismeretekre lehetett támaszkodni ebben az időben?

Gyakorlatilag készen álltak a klasszikus mechanika, a hőtan és az elektrodinamika törvényei. A kémikusok nagy valószínűséggel állították, és sok fizikus is elfogadta, hogy az anyag atomokból áll. El tudták különíteni az elemeket, a vegyületeket és a keverékeket. Rájöttek, hogy az egyes elemek atomjai egymástól tömegükben különböznek, így meghatározták az egymáshoz viszonyított tömegeket, az úgynevezett relatív atomtömegeket. Ezek segítségével MENGYELEJEV megalkotta a periódusos rendszert, melyben azonban még sok üres hely volt.

A 19. század végére ismertté vált MAXWELL (James Clerk MAXWELL Edinburgh, 1831 – Cambridge, 1879) elmélete, majd HERTZ (Heinrich Rudolf HERTZ, Hamburg, 1857 – Bonn, 1894) kísérletei nyomán felfedezték az elektromágneses hullámokat és azt, hogy a fény is ebbe a családba tartozik. A század végén további sugárzásokat fedeztek fel, mint például a röntgensugarak, majd a foszforeszkálás és a fluoreszcencia tanulmányozása következett. A katódsugárzás tanulmányozása révén felfedezték ez elektront, ismert volt a csősugárzás. Felfedezték a színképelemzést is, de csak mint az elemek azonosítására szolgáló módszert. A színképet kvázi vonalkódként használták, de azt, hogy hogyan jön létre, a kor tudósai nem tudták megmagyarázni.

A korszak tudományos problémái

Honnan származik a Becquerel-féle sugárzás? Egyáltalán hányféle sugárzás van? Hogyan keletkezik az atomok színképe, és miért vonalas?

Kutatási kérdések

Mely anyagok bocsátanak ki sugárzást? Mitől függ, hogy egy anyag mennyi sugárzást bocsát ki? Hogyan lehet azt mérhetővé tenni?

Mérési lehetőségek

A radioaktivitás felfedezését követően az első fontos probléma a különböző *mennyiségi összehasonlításokra* lehetőséget adó mérési módszerek kidolgozása volt. A sugárzás erősségére például az általa a levegőben okozott elektromos vezetőképesség (ionizáció) mérése alapján lehet következtetni. Marie Curie ezt a módszert alkalmazta, melyhez a mérőeszközt férje készítette, aki ekkor kapcsolódott be a kutatásaiba. A rendkívül kicsi (pikoamper nagyságrendű) áramok pontos mérésére alkalmas mérőberendezést Pierre Curie készítette a fivérével közösen felfedezett piezoelektromosság jelenségének felhasználásával. Ezzel a módszerrel Marie Curie megmérte egy sor fém, só, oxid és ásvány sugárzóképességét.

A mérések tapasztalatai:

- Minden megvizsgált uránvegyület aktív volt, és általában annál aktívabb, minél több uránt tartalmazott.
- A tórium és vegyületei is emittálnak ionizáló sugárzást.
- Egyes uránércek aktivitása nagyobb, mint a fém uráné és az urán-oxidé.

Következtetések

A radioaktivitás atomi tulajdonság, az urán és a tórium atomok tulajdonsága. Mivel a radioaktivitás atomi tulajdonság, ezért egy érc aktivitása csak akkor lehet nagyobb, mint a tiszta uráné, ha az érc más radioaktív elemet is tartalmaz.

További kutatások

Marie Curie fontos további kutatási feladatának tekintette, hogy ezeket az új elemeket megtalálja.

Hipotézis

> „...úgy gondoljuk, hogy az uránszurokércből általunk kivont anyag olyan fémet tartalmaz, amelyet eddig még nem írtak le, és analitikai tulajdonságai hasonlóak a bizmut tulajdonságaihoz." (Curie & Curie,1898)

Marie Curie hipotézise teljes mértékben illeszkedett a korszak tudományos gondolkodásához. Elfogadott volt, hogy Mengyelejev periódusos rendszerében vannak üres helyek, melyekbe addig még fel nem fedezett elemek kerülhetnek.

Marie Curie 1903-ban készült doktori értekezésének címe: *Radioaktív anyagokra vonatkozó vizsgálatok*. Ebben az évben kapta meg a házaspár Becquerellel közösen a fizikai Nobel-díjat *„sugárzásjelenségek vizsgálataiért"*. 1911-ben Marie Curie megkapta a második Nobel-díjat, de már egyedül, mivel férje, Pierre Curie 1906-ban balesetben meghalt. A díj kémiai volt, indoklása: *„a rádium és polónium felfedezéséért, a rádium fémállapotban való előállításáért, természetének és vegyületeinek vizsgálataiért"*.

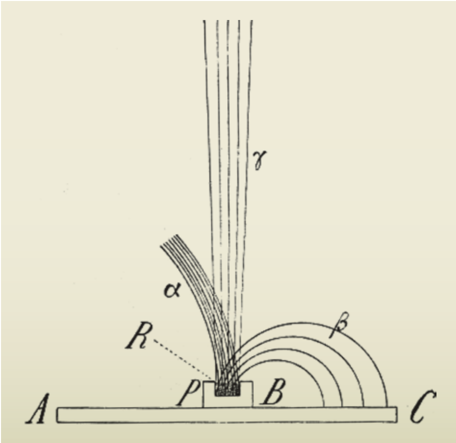
Marie Curie élete hátralévő éveiben megalapította a Curie Intézetet, mely számtalan nemzet kutatóinak teremtett lehetőséget a radioaktivitással való megismerkedésre. Számtalan meghívást kapott, többször járt az Amerikai Egyesült Államokban is lányaival. Idősebb lánya, Irène Curie (Párizs, 1897 – Párizs, 1956) szintén Nobel-díjat kapott férjével, Frédéric Joliot-Curie-vel (Párizs, 1900 – Párizs, 1958) a mesterséges radioaktivitás felfedezéséért. Fiatalabb lánya, Ève Curie (Párizs, 1904 – New York, 2007) író lett, aki többek közt megírta édesanyja élettörténetét.

A Curie házaspár munkássága nagyon sok további kutatást indukált, amit a kezdetektől fogva ők maguk is minden lehetséges módon elősegítettek – például azzal, hogy rögtön leírták az eredményeiket, és radioaktív mintákat adtak több kutatócsoportnak.

RADIOAKTIVITÁS, AZ ATOMENERGIA ALKALMAZÁSA

A természetben szép számmal megtalálható instabil, radioaktív atommagok α-, β- és γ-sugárzást, vagy ezek valamelyikét bocsátják ki. Az α-részecske hélium atommag, pontosabban 4-es tömegszámú izotóp, mely két protonból és két neutronból áll. A β elektronokat, vagy mesterséges izotópok esetében pozitronokat jelent, a γ pedig elektromágneses sugárzás. Az ólomnál nagyobb rendszámú atommagok *radioaktív családokba* (4 család) rendezhetők. De mesterségesen szinte minden elem többféle izotópját állították már elő. Ezek szerepe óriási az orvostudományban mind a diagnosztikai, mind pedig a terápiás felhasználást tekintve, továbbá sok ipari berendezés részét képezik.

A mágneses tulajdonság tanítása során a témával foglalkozó tankönyvekben a Marie Curie doktori értekezésében szereplő ábrát, vagy ahhoz nagyon hasonlót szoktak bemutatni. A leírás szerint az *ABC* fényképezőlemezre az *R* rádiumot egy *P* ólomtömbbe vájt kis mélyedésbe helyezik el, és annak környezetében erős homogén, a rajz síkjára merőleges mágneses teret létesítenek, melynek hatására a preparátumból kiinduló sugarak különválnak.



A mágneses mező hatása a radioaktív sugárzásra

A mágneses mezőbe az indukcióvonalakra merőlegesen érkező töltött testek (a β- és az α-részecskék) körpályán, illetve körív mentén mozognak a Lorentz-erő hatására, amíg el nem vesztik energiájukat az ionizáló hatásuk következtében.

Marie Curie dolgozatában utalt arra is, hogy az α-részecskék energiája meghatározott érték. Az ábrájából szépen látszik, hogy koncentrikus köríveket rajzolt, melyeknek meghatározott végük van, és nem túl nagy mértékű az eltérülés. A β-részecskék esetében azonban ez közel sincs így. Ezt jelzi az ábrán is, hiszen a β-sugarak mágneses mezőben való eltérülésének érzékeltetésére több különböző sugarú körívet rajzolt, továbbá nagyobb mértékű az eltérülés. Az eltérülés mértékének különbözősége a két részcske tömegkülönbsége miatt van. A nagyobb tömeg nagyobb tehetetlenséget jelent, tehát a mező kevésbé képes azt, esetünkben az α-részecskét, eltéríteni.

A β-részecskék esetében Marie Curie megjegyezte, hogy ez olyan, mint egy folytonos spektrum, nem meghatározott energiájú részcskék keletkeznek, nem az atomi színképekhez hasonló diszkrét energia jelenik meg. Csak évtizedekkel később fedezték fel a neutrínót, mely a kibocsátás folyamatában együtt keletkezik az elektronnal vagy a pozitronnal, és a két részecske osztozik a teljes energián. Tehát az ábra rendkívül jól jellemzi a radioaktív sugarak útját a mágneses mezőben mai szemmel is!

Az *atomenergia felhasználására* kétféle módot ismert meg az emberiség, az atombombát és az atomerőműveket. Ezek kifejlesztése gyakorlatilag egyszerre történt. (Horváth & Radnóti, 2017; Radnóti, 2018) A legfontosabb felismerések a következők voltak:

- maghasadás;
- láncreakció, kritikus tömeg;
- atommagok fúziója.

MAGHASADÁS

Problémák

A neutron 1932-es felfedezését követően új eszközt kaptak az atommaggal foglalkozó kutatók. A neutron semleges töltésű lévén könnyebben be tud hatolni az atommagba, mint a korábban alkalmazott, töltéssel rendelkező protonok, illetve alfa-részecskék, hiszen nem lép fel taszítás. Enrico Fermi (Róma, 1901 – Chicago, 1954) 1934-ben, majd később 1938-ban Irène Curie is furcsa termékeket talált az urán atommagok neutronnal történő bombázása során. Otto Hahn (Frankfurt, 1879 – Göttingen, 1968) német vegyész úgy döntött, hogy megvizsgálja ezeket a termékeket.

Kutatási kérdés

Milyen termékek keletkezhettek az urán atommagok neutronnal történő bombázása során, és milyen mechanizmusról lehet szó?

Eredmények

Otto Hahn vizsgálatai során több hasadási terméket azonosított, mint bárium, kripton, stroncium. A mechanizmust, hogy ténylegesen az atommag elhasadásáról van szó, Lise Meitner (Bécs, 1878 – Cambridge, 1968) osztrák fizikus tisztázta.

LÁNCREAKCIÓ, KRITIKUS TÖMEG

Problémák

Szilárd Leó (Budapest, 1898 – La Jolla, 1964) 1934-ben Londonban egy sétája közben pusztán gondolati úton arra a következtetésre jutott, hogyha lenne olyan atommag, mely egy neutron befogását követően két neutront tudna kibocsátani valamilyen folyamat következtében, akkor ez mintegy láncszerűen további hasonló folyamatot tudna előidézni. Meg is próbált ilyet keresni, de nem talált. 1939-ben

New Yorkban Bohr egy konferencián beszámolt a Hahn által felfedezett maghasadásról. Ekkor Szilárd Leóban ismét előkerült a már elvetett gondolat, hogy mégis lehetséges a láncreakció.

Kutatási kérdések

A maghasadás során hány neutron keletkezik? Azok képesek-e további hasadási folyamatot előidézni?

Vizsgálatok

A maghasadás hírének és a láncreakció lehetőségének hallatán több laboratóriumban is megállapították, hogy igen, az urán hasadása során több neutron is keletkezik. Tehát a láncreakció megvalósítható. A hasadást ténylegesen csak az urán 235-ös tömegszámú izotópja produkálja. Szilárd elméleti úton rájött, hogy a tényleges láncreakcióhoz még szükséges egy úgynevezett kritikus térfogat, illetve tömeg is, hogy a keletkező neutronok ne szökjenek meg a felületen, maradjon annyi a fémtömbben, hogy a reakciólánc fenn tudjon maradni.

Felhasználás

A láncreakció létének bizonyítására megépítették Chicagóban az első atomreaktort, majd elindult a Manhattan projekt, melynek során elkészülnek az első atombombák. Ezek közül kettőt le is dobtak Japánra a második világháború végén. Majd elkezdődött a fegyverkezési verseny, illetve a nukleáris energia polgári célú alkalmazási lehetőségeiként az atomerőművek kifejlesztése. Jelenleg több mint 400 atomerőművi blokk üzemel a Földön, és több van tervezés alatt. Ezek alkalmazásának nagy előnye, hogy működésük során nem keletkezik szén-dioxid, továbbá egységnyi tömegű fűtőelemből nagyságrendekkel több energia nyerhető ki, mint a kémiai reakciókkal.

IRODALOM

Copernicus, N. (1543). De Revolutionibus Orbium Coelestium. Petreius, Nürnberg. https://www.e-rara.ch/doi/10.3931/e-rara-420

Curie, P., & Curie, Mme P. (1898). Sur une substance nouvelle radio-active, contenue dans la pechblende. [Az uránszurokérc egyik radioaktív anyagáról.] *Comptes rendus, 127,* 175.

Horváth, A., & Radnóti, K. (2017). 75 éve lett kritikus a chicagói reaktor, 115 éve született Wigner Jenő. *Fizikai Szemle, 67*(12), 421–429. http://fizikaiszemle.hu/szemle/tartalom/33

Koestler, A. (1996). *Alvajárók.* Budapest: Európa Kiadó.

Kovács, L. (1997). 100 éve: elektron. Lénárd Fülöp és J. J. Thomson katódsugárcsövei. *Természet Világa, 128*(4), 169–172. https://www.kfki.hu/~cheminfo/hun/olvaso/histchem/mol/elektron.html

Kutrovácz, G. (2015). Miért helyezte Kopernikusz a Napot a középpontba? *Magyar Tudomány, 176*(3), 258–267. http://www.matud.iif.hu/2015/03/01.htm

Radnóti, K. (2011). 2011. A Kémia Éve – Marie Curie kísérletei. *Nukleon, 4*(2), 1–6. http://nuklearis.hu/sites/default/files/nukleon/Nukleon_4_2_90_Radnoti.pdf

Radnóti, K. (2018). Két magyar marslakó: Szilárd Leó és Teller Ede. *Fizikai Szemle, 68*(9), 308–314. http://fizikaiszemle.hu/szemle/tartalom/41

Simonyi, K. (1978). *A fizika kultúrtörténete.* Budapest: Gondolat Kiadó.

Thomson, J. J. (1897). Katódsugarak. *Philosophical Magazine, 44*, 293. https://www.kfki.hu/~cheminfo/hun/olvaso/histchem/mol/thomson.html

Zemplén, J., Szabadváry, F., & Kontra, Gy. (1963). *A kísérletezés úttörői a XIX. században.* Budapest: Gondolat Kiadó.

Internetes források

https://tudosnaptar.kfki.hu/historia/

http://chemonet.hu/hun/olvaso/histchem/ho/joule.html

https://islamsci.mcgill.ca/RASI/BEA/Ibn_al-Haytham_BEA.htm

https://islamsci.mcgill.ca/RASI/BEA/Ibn_Sahl_BEA.htm

http://www.szilardverseny.hu/cikkek/szimulacios-feladatok

http://sukjaro.eu/SCsaba/Rutherford/Rutherford.htm

https://www.netfizika.hu/a-ho-es-a-mechanikai-munkavegzes-kapcsolata-joule-lapatkerekes-kiserlete

A KÖTET SZERZŐI

Adorjánné Farkas Magdolna
ny. kémia-fizika szakos középiskolai tanár, szakértő, egyetemi óraadó
Sashegyi Arany János Általános Iskola és Gimnázium, Budapest
Óbudai Egyetem

Korom Erzsébet
tanszékvezető egyetemi docens
Szegedi Tudományegyetem, Bölcsészet- és Társadalomtudományi Kar, Oktatáselmélet Tanszék

Radnóti Katalin
főiskolai tanár
Eötvös Loránd Tudományegyetem, Természettudományi Kar, Fizikai Intézet, Anyagfizikai Tanszék

TARTALOMJEGYZÉK

3. NÉHÁNY PÉLDA A TUDOMÁNYTÖRTÉNETI VONATKOZÁSOK KUTATÁSALAPÚ FELDOLGOZÁSÁHOZ

Kiadja a Mozaik Kiadó, 6701 Szeged, Pf. 301, Telefon: (62) 470-101
E-mail: kiado@mozaik.info.hu • Honlap: www.mozaik.info.hu • Felelős kiadó: Török Zoltán
Készült az Innovariant Kft.-ben, Szegeden • Felelős vezető: Drágán György
2020. december • Raktári szám: MS-9403

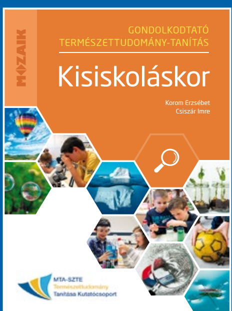
GONDOLKODTATÓ TERMÉSZETTUDOMÁNY-TANÍTÁS

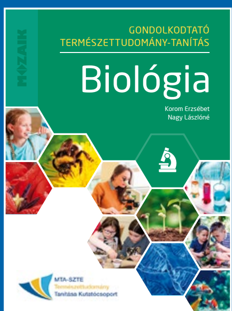
Módszertani sorozatunk a Magyar Tudományos Akadémia Tantárgy-pedagógiai Kutatási Programjának keretében alakult MTA-SZTE Természettudomány Tanítása Kutatócsoportban végzett kutatás és fejlesztés eredményeit mutatja be.

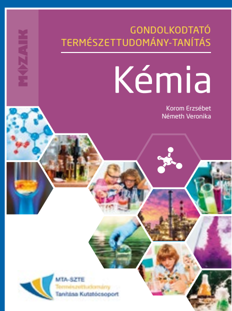
Fizika

E kötet a fizika eredményes tanulásához és tanításához kíván hozzájárulni annak megmutatásával, hogy miként lehet a gondolkodásfejlesztést beépíteni a diákok tanulási folyamataiba. Ehhez változatos, 21. századi, mind az általános, mind a középiskolai fizikatananyaghoz illeszkedő tevékenységeket tartalmaz módszertani ajánlásokkal együtt. Kiemelten foglalkozik a természettudományos és a kutatási szemlélet kérdéskörével, és példákat hoz arra, miként lehet azokat a fizikatanításban érvényesíteni nemcsak a kísérletezés, hanem a feladatmegoldás és a fizikatörténet tanulmányozása során is. A kötetben számos feladat szerepel az Excel programcsomag alkalmazására, a függvényillesztések felhasználására, amelyekkel megmutatható a diákok számára, hogy a fizikai törvényszerűségek nem egyszerűen megtanulandó képletek, hanem ténylegesen függvénykapcsolatok. Újszerű a tudománytörténeti szövegek, illetve a közelmúltban megjelent fizikai vonatkozású hírek feldolgozási módja, valamint a történeti írások esetében az eredeti mérési adatok feldolgozása, ábrázolása is.

A sorozat további kötetei:







Mozaik Kiadó
6701 Szeged, Pf. 301, Tel.: (62) 470-101
www.mozaik.info.hu • kiado@mozaik.info.hu

MTA-SZTE
Természettudomány
Tanítása Kutatócsoport