

*Józsa Krisztián*

## **A SZÁMOLÁSI KÉSZSÉG FEJLESZTÉSE**

A készségek sikeres fejlesztésének egyik kiinduló feltétele, hogy rendelkezésre álljanak a fejlődés leírására alkalmas eszközök. Olyan tesztek, melyek alapján a gyerekek fejlődése jellemezhető, megadható hogy a készségek elsajátításában hol tartanak, a készség mely összetevőit sajátították már el, melyeket kell még fejleszteni. Ezeket a készségmérő tesztek *diagnosztikus teszteknek* nevezzük, mert diagnózist adnak a készség összetevőinek elsajátításáról, egyúttal megadják azt is, hogy a készség optimális elsajátítását mikor éri el a gyermek.

Az alapkészségek – ilyen készség például a számolás, az olvasás – optimális elsajátításának elérése minden gyermek esetében fontos pedagógiai feladat. Ezeknek a készségeknek a fejlesztése minden gyermek esetében – életkortól függetlenül – a begyakorlottság eléréséig folytatandó. Ezt a fejlesztési szemléletet *kritériumorientált fejlesztésnek* nevezzük.

A készségek fejlettségének rendszeres (évenkénti, félévenkénti) felmérése nyomon követhetővé teszi a gyermekek egyéni fejlődését, ezáltal hasznos segítséget ad a pedagógiai munkához. Lehetővé teszi a gyerekek fejlettségének összehasonlítását a populációt jellemző országos fejlődési ütemmel, és ami még ennél is fontosabb: megadja, hogy a gyerekek az optimális elsajátításhoz, begyakorlottsághoz viszonyítva hol tartanak a fejlődésben. (A fejlesztés elméleti hátterét részletesebben ld. *Nagy József* tanulmányaiban (2000a, 200b, 2001).

Írásunkban az alapkészségek diagnosztikus fejlettségfeltáró mérésre alapozó kritériumorientált fejlesztését az *elemi számolási készség* példáján mutatjuk be. Először ismertetjük a készség vizsgálatára alkalmas mérőeszközt, ezt követően bemutatjuk a készség országos fejlődési ütemét, végül a fejlesztés lehetőségére mutatunk be egy példát.

### **Elemi számlálási készség**

*Elemi számolási készség* alatt (1) a százas számkörbeli *számlálást* (pozitív egész számok egymás után való sorolása növekvő és csökkenő sorrendben), (2) a húszas számkörbeli *manipulatív számolást* (tárgyakkal végzett műveletek), (3) a tízes számkörbeli *számképfelismerést*, valamint (4) a százas számkörbeli *számolvasást* (számok jelének felismerése) értjük.

Az elemi számolási készség fent meghatározott összetevői közül legkorábban, átlagosan két-három éves kor körül a *számlálás* indul fejlődésnek. Kezdetben ez a számok mondókaszerű ismeretét jelenti, ami természetesen nem takar számfogalmat. A számlálás ekkor még többnyire csak az egyestől indulva működik, és a gyerekek nem tűnik fel, ha egy-egy szám véletlenül kimarad. A számok neveinek, auditív képének memorizálása ugyanakkor az első, igen lényeges lépés a számolási készség kialakulása felé. A hetvenes években *Nagy József* (1980) vezetésével folytatott kutatások megmutatták, hogy olyan egyszerűnek feltételezett készség, mint a *számlálás* esetében is több évben kifejezhető fejlődési különbség, fejlődési fáziseltérés van az óvodás, kisiskolás gyerekek között. Emellett a számlálás és az értelmi fejlettség között szoros kapcsolat áll fenn. Akiben a számlálási készség nem ér el megfelelő fejlettségi szintet, annak az általános értelmi fejlettsége is nagy valószínűséggel alacsonyabb (*Vidákovich*, 1989). Ezen felül összehasonlíthatatlan előnyökkel is kezdi meg tanulmányait az a gyermek, aki a húszas, esetleg a százas számkör ismeretével ül be az iskolapadba. Az elemi számolási készség optimális elsajátítása, begyakorlása elengedhetetlen az eredményes iskolai matematikatanuláshoz. Ez azt is jelenti, hogy akinél óvodás korban nem ér el megfelelő fejlettségi szintet ez a készség, az szinte behozhatatlan hátránnyal indul. Jóllehet az elemi számolási készség a legtöbb ép gyermeknél nyolc-kilenc éves korra begyakorlódik (az adatokat lásd később), az iskolakezdekori meglévő elmaradások, az elszenvedett kudarcok később már alig behozhatók.

Annak érdekében, hogy a jelentős egyéni fejlődési különbségeket kezelni tudjuk, az elmaradások továbbnövekedését megelőzhessük, mindenekelőtt ismernünk kell az elemi számolási

készség elsajátításának folyamatát, az elsajátításban kialakuló különbségeket, és tudnunk kell, hogy kik azok a gyerekek, akiknél számottevően lassúbb az elsajátítás folyamata. Ezért az egyes tanulók és az osztály szintjét kívánatos részletesen feltérképezni, hogy az elemi számolási készség optimális elsajátítását az adatok ismeretében meg lehessen tervezni, és az időről időre elvégzett diagnosztikus értékeléssel segíteni lehessen az optimális elsajátítás megvalósulását.

## AZ ÉRTÉKELŐ ESZKÖZ ÉS HASZNÁLATA

Az elemi számolási készség fejlettségnek felmérése egyéni vizsgálat keretében történik. A vizsgálat gyermekenként 10–20 percet vesz igénybe. A DIFER (*Diagnosztikus Fejlődésvizsgáló Rendszer; Nagy, Fazekasné, Józsa és Vidákovich, 2002*) tesztfüzeten kívül 20 db azonos színű és hosszúságú pálcikára van szükség. A gyermeket oly módon kell asztal mellé ültetni, hogy a pálcikákkal műveleteket tudjon végezni. A vizsgálat adatait a tesztfüzet mellett található *adatlapra* kell rögzíteni úgy, hogy azt a gyermek ne lássa, mert az a teljesítményét befolyásolhatja.

Az elemi számolási készség fejlettségének vizsgálatához a PREFER-ben (*Preventív Fejlettségvizsgáló Rendszer; Nagy, 1986*) található mérőeszközt fejlesztettük tovább. A vizsgálat hat lépésből áll, melyek az elemi számolási készség hat összetevőjét tárják fel. Ezek közül az első három a számlálást, míg a további három, a tárgyakkal végezhető alapvető matematikai műveleteket, a számképfelismerést és a számolvasást vizsgálja. Az utóbbi hármat összefoglalóan *Nagy József* (1980, 1986) elemzése a *Mennyiség* megnevezéssel illetik. Az alábbiakban a vizsgálat hat lépését ismertetjük röviden.

### *Számlálás*

Optimálisan fejlett számlálási készség esetén a számok sorrendje automatizálódik. Egy szám felidézi a rákövetkező számot (visszafelé számlálásnál az előtte lévőt), és a számlálás tetszőleges helyen kezdhető, illetve megszakítható. Az elsajátítás természetes folyamata azt adja, hogy először az ötös, majd a tízes, húszas stb. számkörben mozognak a gyerekek. A magyar nyelvben (az angolhoz hasonlóan, de eltérően például a franciától) a számok megnevezéseiben ciklikus ismétlődések (tízesével, százásával stb.), szabályosság található. Azaz, a harmincas számokat például ugyanúgy képezzük, mint a húszasokat, vagy a negyveneseket. Ebből az következik, hogy a 20 alatti számlálás rutinná válásában a számok sorrendjének memóriába vésődése, míg a 20 feletti számlálásban az úgynevezett „átlépések” (pl. 27, 28, 29, 30, 31) jelentik a kritikus pontot. Mindezekből az következik, hogy 20 alatt a *számlálást*, míg 20 felett a *számkörök átlépését* célszerű felmérni. Ez a vizsgálat első két lépése. A vizsgálat harmadik lépése – az előbbihez hasonló megfontolásokra alapozva – a visszafelé számlálást méri fel.

1) *Számlálás 21-ig.* A vizsgálat az alábbi utasítással indul: „Szeretném tudni, hogy meddig tudsz elszámolni. Kezdd el az eggyel, és addig mondd, ameddig csak tudod!” Aki folyamatosan, hibátlanul számol, a 21 kimondása után leállítjuk. Ha a gyermek akadozik, de még nem téveszt, akkor öt másodpercet adunk a két szám között. A feladatra annyi pontot adunk, ameddig a gyermek hibátlanul el tudott számolni, maximum 21-et.

2) *Számkörök átlépése.* A vizsgálatot végző pedagógus elkezd számlálni, a gyermeknek a megkezdett számsort kell folytatnia. Például: „36, 37, 38 folytatd! (39, 40, 41). Ha a gyermek helyesen átlépte a számkört (felsorolta a zárójelben megadott számokat), akkor 1 ponttal kell értékelni, ellenkező esetben 0-val. Ez a rész összesen öt elemből áll, azaz maximum 5 pont szerezhető. Ha a gyermek két egymás utáni elemet nem tudott, akkor a továbbiakat nem kell kérdezni.

3) *Számlálás visszafelé.* Ezt a részt az alábbi utasítás vezeti fel: „Most úgy számolunk, hogy én elkezdem, és te visszafelé számolsz!” Példaként két elemet idézünk: „5, 4, 3, folytatd! (2, 1, 0)”; „24, 23, 22, folytatd! (21, 20, 19, 18)”. Ha a gyermek helyesen felsorolta a zárójelben megadott számokat, akkor 1 ponttal értékeljük. Két egymást követő tévesztés után nem kell

ezt a részt folytatni. A feladat összesen 8 elemből áll, ennek megfelelően maximum 8 pont szerezhető.

### *Mennyiség*

A mérőeszköz negyedik és ötödik része a számosságot vizsgálja, míg a hatodik a számok jelének ismeretét, az úgynevezett számolvasását. Minden elem helyes megoldását 1 ponttal értékeljük.

4) *Manipulatív számolás* (műveletek pálcikákkal). Ehhez a feladathoz van szükség a 20 db azonos színű és hosszúságú pálcikára. A pálcikákat kirakjuk egy csomóba a gyermek elé. Tévesztés után úgy kell alakítani a pálcákat, hogy a feladat folytatható legyen. A feladat összesen 11 elemből áll, ha a gyermek egymást követően hármat is eltévesztett, akkor a többi már nem kell kérdezni, az *adatlap* megfelelő rovataiba 0-t kell írni. A feladat a manipulatív számolás öt műveletének fejlettségét méri fel:

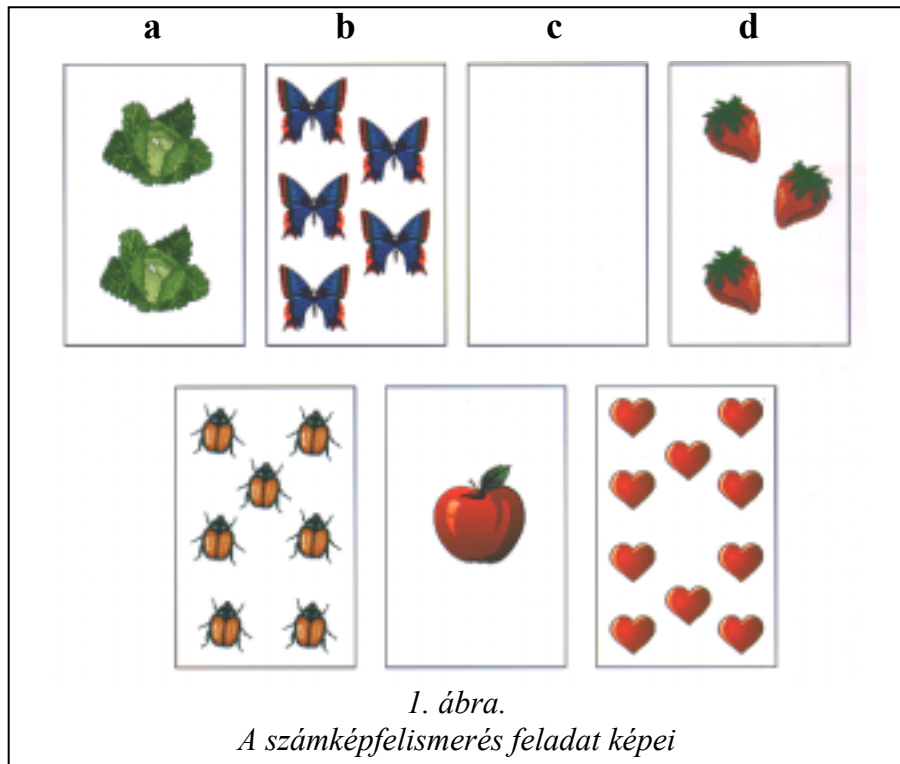
a) *Kiszámlálás*: halmazból megadott mennyiség elvétele, ez a feladat első három legkönnyebb eleme, pl. „Vegyél el 3-at!”.

b) *Hozzászámlálás*: megadott elemszámú halmaz elemszámának növelése megadott elemszámú halmazzá, öt feladatelem, pl. „Most kirakok neked 10 pálcikát. Vegyél hozzá annyit, hogy 12 legyen!”.

c) *Elvétel*: megnevezett elemszámú halmaz csökkentése megadott elemszámig, egy feladatelem, pl. „A 20-ból annyit vegyél el, hogy 16 maradjon!”.

d) *Bontás*: halmaz egyenlő elemszámú részhalmazokra bontása, egy feladatelem, pl. „Most ezt a 20-at rakd szét 4 egyforma csomóba!”

e) *Csoportosítás*: részhalmazokból részhalmazok kialakítása új elv szerint, egy feladatelem, pl. egymás mellé rakunk négyszer négy pálcikacsomót: „Rakosgasd úgy a pálcikákat, hogy a 4 csomó mindegyikében maradjon pálcika, de az egymást követőekben mindenütt két pálcikával több legyen, mint az előző csomóban!”



5) *Számképfelismerés*. A tárgyak számosságának ismeretét (a tárgyak vizuálisan észlelhető számossága és a számosság verbális jele közötti megfeleltetés), és a számosságokkal végezhető elemi összeadást kilenc feladatelem térképezi fel. A feladathoz a gyerekek elé kell helyezni a hét képet ábrázoló tesztlapot (1. ábra). Az átláthatóság miatt (lásd az úgynevezett Miller-féle

törvényt) tíznél több tárgyat tartalmazó számképet nem vontunk be a vizsgálatba, mert annak áttekintése még az optimálisan fejlett számolási készséggel rendelkezők számára is nehézséget jelent. Példaként két elemet idézünk: „Mutasd meg azt a keretet, amelyikben 3 rajz van!”, „Hány darab van ebben a két keretben összesen? (c és d, ujjunkkal mutatjuk)”.

6) *Számolvasás.* A számok jelének ismeretét négy feladatelem méri fel. A feladatelemek rendre az ötös, a tizenötös, a százas és az ezres számkörből mutatnak két-két számot. Mindkét szám helyes kiolvasása esetén jár az 1–1 pont.

Az elemi számolási készséget vizsgáló teszten mindösszesen 58 pont szerezhető, ami 100 százalékpont. A készség elsajátításában az 50 százalékpont (28 pont) alatti eredményeket tekinthetjük előkészítő szintnek, a kezdő szint 50–69, a haladó 70–79, a befejező 80–89, az optimális szint pedig 90–100 százalékpont (vagyis 0–28, 29–40, 41–46, 47–52, 53–58 pont). Az *1. táblázatban* illusztrációként a készség elsajátításának mind az öt szintjéhez bemutatjuk egy-egy elsős tanuló kitöltött *adatlapjának* részletét.

*1. táblázat. Az elemi számolási készség elsajátításának öt fejlettségi szintje, egy-egy tanuló eredményeivel szemlélítve*

Feladatok	Előkészítő	Kezdő	Haladó	Befejező	Optimum
Számlálás 1→21	11	16	21	21	21
Számkörök átlépése					
29→31	0	1	0	1	1
39→41	0	0	1	1	1
49→51	0	0	0	1	1
99→101	0	0	0	1	1
499→501	0	0	0	1	1
Számlálás visszafelé					
0←2	1	1	1	1	1
1←3	0	1	1	1	1
3←6	0	0	0	1	1
8←11	0	0	1	0	1
18←21	0	0	0	0	1
48←51	0	0	0	0	1
98←101	0	0	0	0	1
498←501	0	0	0	0	0
Manipulatív számolás					
1	1	1	1	1	1
3	1	1	1	1	1
5	1	1	1	1	1
5→6	0	1	1	1	1
6→10	0	1	1	1	1
10→12	0	0	1	1	1
12→15	0	0	1	1	1
15→20	0	0	1	1	1
20→4·5	0	0	0	0	1
20→16	0	0	0	1	1
4·4→1...7	0	0	0	0	0
Számképfelismerés					
1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1
3	1	1	1	1	1
5	0	1	1	1	1
7	1	1	1	1	1
10	0	1	1	1	1
0+3	1	1	1	1	1
2+5	1	0	1	1	1
2+0+3	0	0	1	1	1
Számolvasás					
1 3	1	1	1	1	1
10 14	0	0	1	1	1
22 58	0	0	0	1	1
118 763	0	0	0	0	1
<b>pont</b>	22	32	44	50	56
<b>%p</b>	38	55	76	86	96

## AZ ORSZÁGOS ÁTLAG FEJLŐDÉSE

Az OM felkérésére, az OKÉV szervezeti keretei között 2002 tavaszán lezajlott hét, a személyiség fejlődése szempontjából meghatározó jelentőségű elemi alapkészség fejlettségének feltárására: írásmozgás-koordináció, beszédhanghallás, relációszókincs, elemi számolás, tapasztalati következtetés, tapasztalati összefüggés-megértés, szocialitás (az eredményeket ld. Nagy, 2002). Az alábbiakban az elemi számolási készség országos fejlődését jellemzem.

A középső csoport végén 55, a nagycsoport végén, vagyis az iskolába lépés előtt 78 százalékpont a számolási készség országos átlaga. Első osztály végére az elemi számolási készség átlaga 88 százalékpontra emelkedik, a harmadik osztály befejeztével pedig 98 százalékpont, azaz ekkorra közel az összes ép értelmű gyermek elsajátítja a készséget (ld. a 2. ábrát). A fejlődés átlagos üteméből jól látható, hogy az elemi számolási készség elsajátításának jelentős része óvodás korra esik. Iskolába lépéskor és az első osztályban azonban jócskán vannak még olyan gyerekek, akinél nem gyakorlódott be a számolási készség.

A 2. ábrán feltüntettük az 1975-ben végzett vizsgálat adatsorát is. Az akkori vizsgálat nem terjedt ki a visszafelé számlálás fejlettségének feltérképezésére, az összehasonlíthatóság céljából ezért a 2002-ben végzett vizsgálatnál kétféleképpen is megadtuk az elemi számolási készség fejlettségének mutatóját: (1) számolási készség visszafelé számlálás nélkül: a 2. ábrán a vékonyabb görbe, mely összehasonlítható az 1975-ös vizsgálat adatsorával, (2) számolási készség visszafelé számolással, mely a mostani vizsgálat globális mutatója.

Mérésünk eredményeit a több mint negyedszázaddal korábbi adatsorral összevetve jelentős eltérést tapasztalunk. A nagycsoport végén, azaz iskolakezdéskor 1975-ben 60 százalékpont volt az átlag, míg 2002-ben 83. Ez a 23 százalékpontos eltérés több mint egyévnnyi fejlődésbeli különbségnek felel meg. 2002-ben iskolakezdéskor fejlettebb a gyerekek számolási készsége, mint 1975-ben az első osztály végén volt. Az 1975-ben iskolát kezdő gyerekek számolási készségének átlagos fejlettsége 2002-ben a középső csoport végi átlagnak felel meg. Mindkét vizsgálat egybehangzóan azt mutatja, hogy a harmadik osztály végére szinte az összes ép értelmű gyermek elsajátítja az elemi számolás készségét.

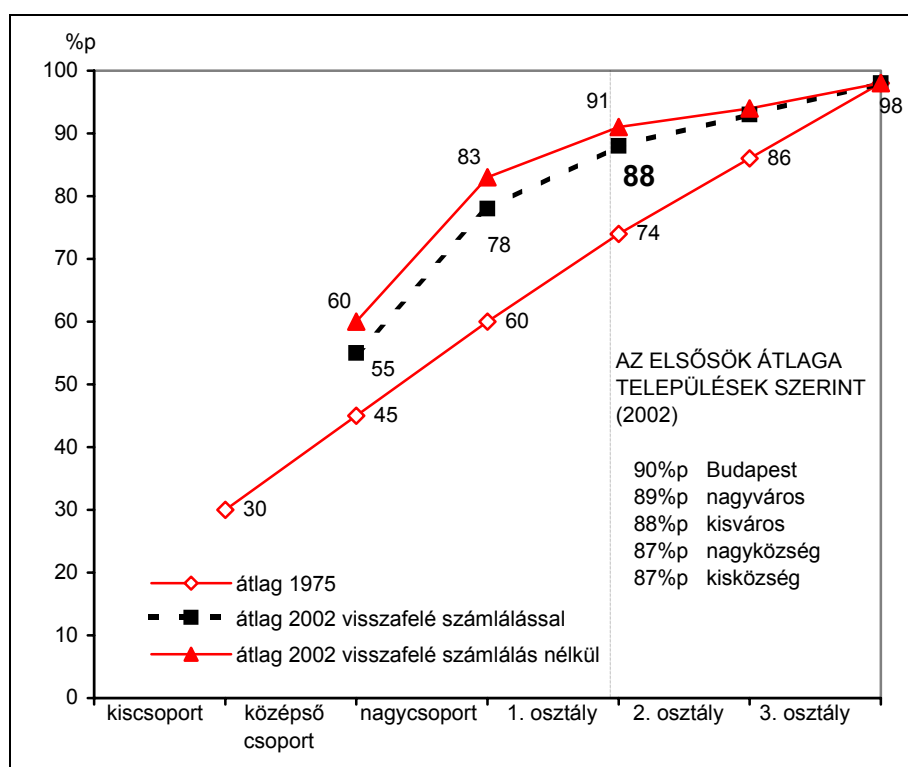
Érdekes összevetni külön-külön a számolási készség két összetevőjének, a számlálásnak és a mennyiségnek a fejlettségét a két mérési időpontban. A számlálás (az összehasonlíthatóság miatt csak a növekvő sorrendben végzett számlálást értjük most alatta) fejlettsége még jelentősebb eltérést mutat az 1975-östől, mint a mennyiségé. A 2002. évi vizsgálatban a számlálás közel másfél évnnyi fejlődésbeli előnyt mutat az 1970-es években végzett vizsgálatához képest. Az 1975-ös vizsgálatban a számlálás és a mennyiség fejlődése azonos ütemű, a fejlődési görbék párhuzamosak, szinte egymáson haladnak. Ezzel szemben a mostani vizsgálat már középső csoportban a számlálási készség jelentősebb fejlettségét mutatja (középső csoport végén: 1975-ben a mennyiség 37 százalékpont, a számlálás 40 százalékpont; 2002-ben a mennyiség: 52 százalékpont, a számlálás 68 százalékpont).

A huszonhét év különbséggel végzett két vizsgálat tehát jelentősen eltérő fejlődési ívet rajzol fel. A gyorsabb fejlődésnek részben az általános akceleráció, az új nemzedék viszonylag gyorsabb érése lehet az oka. Joggal valószínűsíthető ugyanakkor, hogy az általános akceleráció nem okozhat ekkora ugrást, hiszen ebben az esetben a vizsgálat alá vont többi készségnél is meg kellene jelennie. Az írásmozgás-koordináció mostani fejlődése például jó egyezést mutat az 1975-ös fejlődési trenddel (lásd a témával foglalkozó fejezetet). Valószínűsíthető ez alapján, hogy az írásmozgás-koordináció fejlődését az idegrendszer fejlődés, érése erősen determinálja, azaz fejlődése kevésbé befolyásolható. Ezzel szemben feltételezhető, hogy az elemi számolási készség fejlődésének ebben az életkorban már nincsenek idegrendszeri, biológiai korlátai. Ami pedig azt jelenti, hogy az elemi számolási készség már 3–6 éves korban is hatékonyan fejleszthető. Ezt a fejleszthetőséget igazolja a korábbi méréshez képest tapasztalható jelentős fejlődés. Ennek nyilvánvaló oka lehet, hogy az utóbbi évtizedekben jelentős mértékben növekedett az óvodai és az iskolai alapkészségeket fejlesztő munka eredményessége. Ebben minden bizonnyal szerepet játszik, hogy az 1975-ös mérés után elterjedt és általánosan

használttá vált a PREFER. A mérőeszköz nyújtotta diagnosztikus kép pedig segítséget nyújtott a készség fejlesztéséhez.

Mind az 1975-ös, mind a 2002. évi vizsgálat azt mutatja, hogy az óvodában és az iskolában az elemi számolási készség átlagos fejlődési üteme azonos. Jóllehet, feltételezhető lenne, hogy az iskolakezdéssel, a formalizált matematikaoktatás megjelenésével felgyorsul a készség elsajátítása. Ezzel szemben egyenletes, a plafoneffektus miatt ellaposodó fejlődési ívet láthatunk. Úgy tűnik tehát, hogy az iskola nem fordít nagyobb figyelmet e készség fejlesztésére, mint az óvoda, a két intézmény fejlesztő munkája közel azonos hatékonyságú.

Az első osztályos tanulók elemi számolási készségének fejlettségét a szokásos településkategóriák szerinti bontásban a 2. ábra közli. A településkategóriánkénti átlagok 87–90 százalékpont között vannak. A kategóriák közötti 1–3 százalékpontos eltérés pedagógiai szempontból jelentéktelen. Ebből arra lehet következtetni, hogy a települési jellegének, a településjelleg által közvetített más tényezőknek nagy valószínűséggel nincsen szerepe az elemi számolási készség fejlődésében. Ezt a kijelentést megerősíti az 1975-ös mérési eredmény is, ugyanis e szerint sincs jelentős összefüggés a számolási készség fejlettsége és a települési kategóriák szerint kapott eredmények között (az összefüggést jellemző korreláció a számlálás esetében 0,18; a mennyiségnél 0,22; Nagy, 1980, 122. és 136.).



2. ábra.

*Az elemi számolási készség országos átlagának fejlődése*

Érdeemes emellett a településkategóriánkénti adatokat más, hasonló vizsgálatok eredményeivel összevetni. A Monitor-vizsgálatok az iskolai matematikatudásban jelentős települések közötti eltéréseket mutattak ki (Vári és mtsai, 2000). Vidákovich és Csapó (1998) a szöveges feladat-megoldó készség fejlődését vizsgálta 10–16 éves korban. Könnyen belátható, hogy e készség működésének feltétele a számolási készség fejlettsége. Eredményeik szerint minden évfolyamon a kisközségek eredményei a leggyengébbek, a kisközségek tanulói közelítőleg egyévnnyi fejlődésbeli elmaradást mutatnak a többi településkategóriához viszonyítva. Jelen vizsgálatunk eredményei ugyanakkor azt mutatják, hogy az elemi számolási készség elsajátítási folyamatában nincs különbség a településtípusok között. A szöveges feladat-megoldási készség fejlettségének különbözősége tehát nem vezethető vissza a számolási készség fejlettségének eltéréseire, az okok máshol kereshetők.

## AZ ÖSSZETEVŐK FEJLŐDÉSE

Az elemi számolási készség mérőeszközének hat része megfelel a készség hat összetevőjének. Ezeket az összetevőket a mérőeszköz leírásánál jellemeztük, ezért ebben a pontban a fejlődésükre összpontosítunk, melyet a 3. ábra szemléltet. A hat összetevő fejlődése hasonló jellegű, ám a fejlődés kezdetében és ütemében jelentős eltérések vannak.

A számlálási készség három összetevőjéből a 21-ig számlálás fejlődik leggyorsabban. Középső csoport végén a gyerekek átlagosan már 17-ig tudnak számlálni, az egyéni különbségek ugyanakkor években mérhetők (a relatív szórás: 30%). Nagycsoport végére már a gyerekek 85%-a tudja a húszas átlépést. Ezeknek a gyerekeknek nem okoz gondot, hogy első osztály végére a húszas számkörbeli számfogalmuk kialakuljon. Ugyanakkor van néhány százaléknyi gyermek, aki iskolakezdéskor 10-ig, és néhány százaléknyi, aki csak 5-ig tud számlálni.

A húszas számkör fölötti számlálás, az úgynevezett *számkörátlépések* fejlődése akkor indulhat meg, ha a gyermek a húszig számlálást már elsajátította. Érthető tehát, hogy ennek fejlődése később kezdődik, ugyanakkor 4–7 éves korban ez az összetevő mutatja a leggyorsabb fejlődést (ld. a 3. ábrát). Az első osztályosok háromnegyedének már megy a százas átlépés, több mint negyedüknek pedig az ötszázas átlépés is (2. táblázat). Ezek a feladatelemek a százas, illetve az ezres számkörben való számlálásról adnak tanúbizonyságot. Az egyre magasabb számkörökben való számlálás fokozatosan, a számkörök egymás után épülnek ki. Jól mutatják ezt, hogy a 2. táblázatban a feladatelemek relatív gyakoriságai a magasabb számkörökben egyre kisebbek (a relatív gyakoriság a feladatot helyesen megoldó tanulók százaléka). Az elsajátítás folyamatában, amikor a készség működése még nem stabil, előfordulhat, hogy egy-egy tévesztés ellenére a magasabb számkörbeli átlépés sikeres.

A visszafelé számlálás fejlődési görbéje egybeesik a számkörátlépés görbéjével. Fejlődésük annak ellenére egyező, hogy a visszafelé számlálás nyolc feladateleméből öt a húszas számkörbeli számlálást vizsgálja. A visszafelé számlálás fejlődése tehát lényegesen lassabban zajlik, mint a felfelé számlálásé. Az 1. táblázatban példaként bemutatott tanulók közül az előkészítő szinten lévő elsős 11-ig tud elszámolni, visszafelé azonban csak 2-től tud számlálni, a kiválasztott befejező szinten lévő tanuló ezres számkörben számlál felfelé, visszafelé azonban csak 6-tól tud. Az adatok azt mutatják, hogy a visszafelé számláltatás kevés figyelmet kap az óvodai, iskolai készségfejlesztés során. Jóllehet, optimális begyakorlása éppoly fontos lenne, mint a felfelé számlálásé. Az alpműveleti számolási készség fejlődésének feltétele, hogy a számok sorrendje visszafelé is automatizálódjon, rutinszerűen működjön.

A tárgyakkal végzett számolás, az úgynevezett *manipulatív számolási készség* fejlettségét húszas számkörben vizsgáltuk. A készségnek ez az összetevője két fejlettségi szinten működhet: a gyermek (1) a feladatokat a pálcikák leszámolásával, megszámlálásával oldja meg, (2) a feladatot előre fejben végiggondolja, majd egyben kivesz, hozzárak 2, 5 stb. pálcikát. E két fejlettségi szint között a mérőeszköz nem tesz különbséget. Az utóbbi valójában már nem a manipulatív számolás szintje, mert ekkor már a pálcikák csak a gyermek mentálisan elvégzett számolásának a kivitelezési eszközei. A manipulatív számolás óvodáskorban fejlődik intenzíven. A kiszámolást és a hozzászámolást 10-ig a gyerekek 90%-a elsajátítja az iskolakezdésre. Első osztály végére a húszas számkörbeli elvételt (manipulatív kivonás) is elsajátítja a gyerekek 90%-a. A húszas számkörbeli manipulatív bontást (a 20 négy egyenlő részre bontása) a középső csoport végén a gyerekek 12, nagycsoport végén 48, első osztály végén pedig 59%-a sikeresen megoldja. E művelet fejlődése tehát nagycsoportban 36 százalékpont, míg első osztályban 11 százalékpont. Nehezen indokolható a fejlődés lassulása, hisz plafoneffektusról ebben az esetben még nincs szó. Valószínűleg az ok abban kereshető, hogy nagycsoportban a bontás művelete különböző játékos formákban gyakran előkerül, az első osztályos matematika ugyanakkor nem fordít még erre figyelmet, ami a fejlődés lassulását eredményezi.

2. táblázat. A számolási készség feladatelemeit helyesen megoldó  
gyerekek százaléka

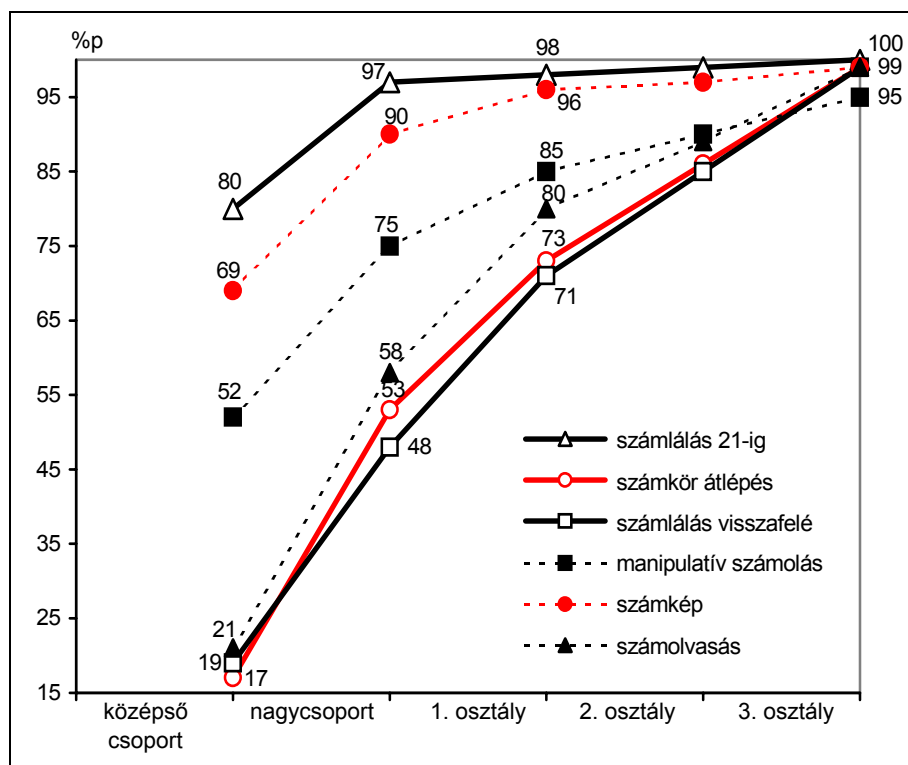
Feladatok	középső csoport	nagy-csoport	1. osztály	3. osztály
1→21*	81	95	98	100
29→31	30	74	90	100
39→41	24	71	88	100
49→51	13	60	83	99
99→101	13	47	75	100
499→501	2	15	28	96
Számlálás visszafelé				
0←2	53	89	94	100
1←3	43	86	94	99
3←6	28	74	92	100
8←11	13	54	87	100
18←21	6	34	73	99
48←51	3	22	53	99
98←101	3	20	52	99
498←501	0	6	19	96
Manipulatív számolás				
1	100	100	100	100
3	98	99	99	100
5	87	97	99	100
5→6	70	99	98	100
6→10	56	85	96	99
10→12	48	88	97	100
12→15	41	76	92	99
15→20	43	81	94	100
20→4·5	12	48	59	92
20→16	17	42	80	96
4·4→1...7	0	6	17	54
Számképfelismerés				
1	97	100	99	99
2	92	100	99	99
3	92	99	99	99
5	67	91	96	99
7	55	80	94	99
10	48	83	96	99
0+3	54	80	93	99
2+5	45	85	92	99
2+0+3	37	75	85	96
Számolvasás				
1 3	52	89	99	99
10 14	23	73	97	99
22 58	7	52	84	99
118 763	1	18	39	98

\* százalékpont

A számképfelismerés fejlettségét tízes számkörben vizsgáltuk. A manipulatív számolásnál írtakhoz hasonlóan ez az összetevő is működhet megszámlálással, illetve fejlettebb szinten, amikor a gyermek ránézésre meg tudja mondani a számosságot. Ez utóbbi az optimális fejlettségű készségnél is csak a Miller-törvény által leírt memóriakorláton belül működik. (Bármilyen jó számképfelismeréssel is bír valaki, az *Esőember* című film autista főhősének fogvájó számlálása nem elérhető fejlettségi szint). A számképfelismerés fejlődése óvodás korban igen intenzív, kialakulása már jóval a középső csoport előtt megindul. Iskolakezdekor a gyerekek 90%-ának van ötös számképe és 80%-uk már az elemi összeadás műveletét is tudja számképekkel működtetni. Az iskolába lépéskor a gyerekek 80%-a legfeljebb egy hibát ejt ebben a részben, azaz sokuknál a számképfelismerés optimálisan működőnek tekinthető. Úgy is fogalmazhatunk, hogy a gyerekeknek ez a 80%-a elemi számfogalommal lép az iskolába. Első osztály végére ez az arány 93%, amit önmagában jónak tekinthetünk. Ugyanakkor ez az adat



azt is jelzi, hogy az iskolai matematikaoktatás első éve a kevésbé fejlett gyerekek 20%-ának csak a kétharmadánál tudja a fejlődési lemaradást behozni. A további 7%-nyi gyermek esetében számképfelismerés fejletlensége gátja a fejlődésének, ők képtelenek lesznek az iskolai matematika követelményeinek megfelelni.



3. ábra.

*Az elemi számolási készség összetevőinek fejlődése*

A számolvasás elsajátítása az első osztály egyik fontos feladata. A 2. táblázat és a 3. ábra adataiból ugyanakkor jól látható, hogy sok olyan óvodás van, aki járatos a számok jelének ismeretében. Iskolakezdekor a gyerekek közel 90%-a ismeri a számok jelét 5-ig, közel kétharmaduk pedig 15-ig. E számok jelének ismeretét első osztály végére az összes ép értelmű gyermek elsajátítja, 39%-uk már az ezres számkörbeli számolvasásról is tanúbizonyságot tesz.

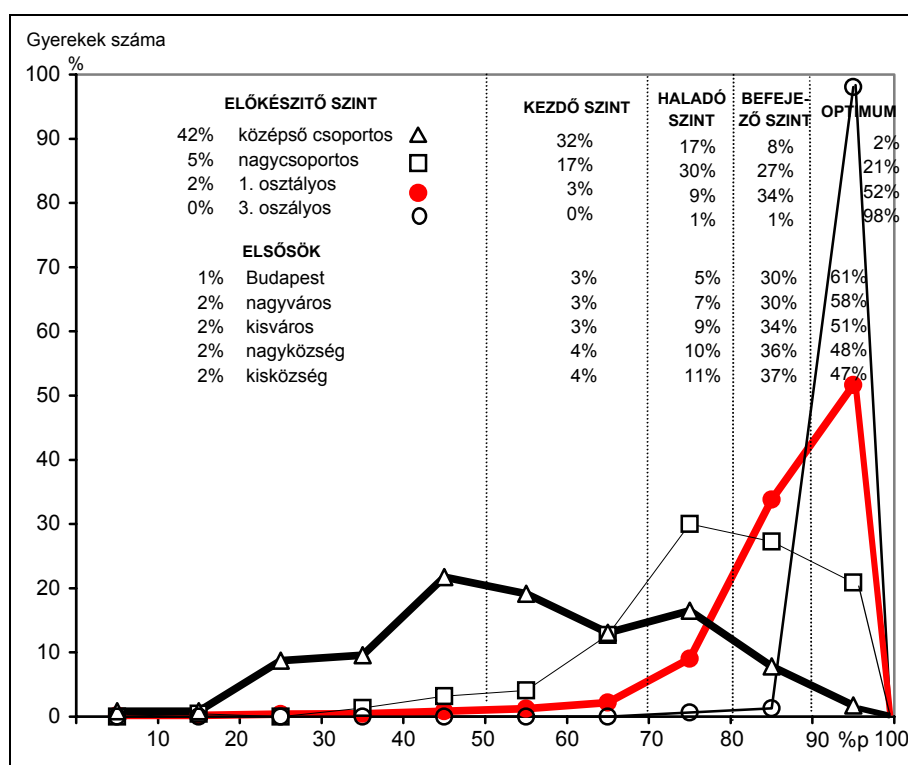
## FEJLETTSÉGBELI KÜLÖNBSÉGEK

A 4. ábra szemlélteti a vizsgálatba bevont négy korcsoport fejlettségbeli különbségeit. Látható, hogy már a középső csoport végén vannak gyerekek, akiknél az elemi számolási készség optimális módon begyakorlódott. Nagycsoport végére a gyerekek mintegy ötöde éri el az optimális fejlettségi szintet, további 27%-uk befejező szinten van. Azaz iskolakezdekor a gyerekek közel felének a számolási készsége olyan fejlett, hogy lehetővé teszi a sikeres iskolai matematikatanulást. Számolási készségük fejlettsége alapján a gyerekek további 30%-a a haladók csoportjába tartozik. Ezeknél a gyereknél az első osztályban fokozott figyelmet kell fordítani az elemi számolási készség fejlesztésére. Nagycsoport végén a gyerekek mintegy 17%-a kezdő, míg 5%-a előkészítő szinten van. Ezeknek a gyerekeknek kudarcok sokaságát jelenti az iskolakezdes, hátrányuk nagy valószínűséggel tovább növekszik, behozhatatlan mértékűvé válhat. Az ő esetükben javasolt még egy évet az óvodában, lehetőség esetén iskolaelőkészítő csoportban tölteni.

Első osztály végére a gyerekek több mint felének elemi számolási készsége eléri az optimális fejlettségi szintet és további 34%-uké befejező szinten van. Ez azt jelenti, hogy az iskola első éve alatt mintegy 30%-nyival, két és félszeresére nő az optimumot elérők aránya. Ugyanakkor a gyerekek 2, illetve 3%-a még mindig az előkészítő és a kezdő szinten van. Ennek az 5%-nyi, korcsoportonként közelítőleg 5000 gyermeknek az elmaradása legtöbb eset-

ben behozhatatlan, további iskolai tanulásuk kudarcra van ítélve. A 4. ábrából jól látszik, hogy 3. osztály végére közel az összes tanuló elemi számolási készsége optimális begyakorlottságot ér el. Ez azonban csak részben tekinthető megnyugtatónak, hisz ezekben az iskolai években már az alpműveleti számolási, mértékváltási, szövegesfeladat-megoldási készség fejlődése zajlik (Nagy, 1971, 1973; Vidákovich és Csapó, 1998). E készségek fejlődésének azonban a be nem gyakorlódott elemi számolási készség a gátja.

Korábban említettük, hogy a településtípusok átlagai között pedagógiai szempontból elhanyagolható, 1–3 százalékpontnyi eltérés van. Ez alapján nincs jelentős eltérés az egyes készségszinteken lévő tanulók százalékos megoszlásában sem. Az elsős tanulóknak a készség öt fejlettségi szintjére eső arányát településtípus szerinti bontásban szintén a 4. ábra közli. Településtípusonként 4–6%-nyi tanuló van az előkészítő és a kezdő szinten együttesen. Nagyobb településeken azonban nagyobb arányban vannak az optimális fejlettségi szintet elérő tanulók. Ez amiatt lehetséges, hogy a településtípusonkénti átlagok (87–90%p) éppen a befejező és az optimális szint határán vannak. Így a csekély átlagbeli eltérés ellenére jelentős azoknak a tanulóknak az aránya, akik eltérő fejlettségi szinthez tartoznak.



4. ábra.  
A fejlettségbeli különbségek alakulása

### EGY PÉLDA A FEJLESZTÉSRE: A SZÁMLÁLÁSI KÉSZSÉG KRITÉRIUMORIENTÁLT FEJLESZTÉSE

Az SZTE-MTA Képességkutató Csoportjának keretében az 1999/2000-es tanévben félévnyi készségfejlesztő kísérlet zajlott. A kutatás célja a diagnosztikus tesztekre épülő, kritériumorientált készségfejlesztés eszközeinek, módszereinek kipróbálása volt. Az alábbiakban röviden a számlálási készség fejlesztésének eredményeit ismertetjük. A fejlesztésben középső- és nagy csoportosok, valamint első- és második osztályosok vettek részt, mindösszesen közel öt-százán.

### *A számlálási készség diagnosztikus értékelése*

Egy készség kritériumorientált fejlesztésének alapfeltétele, hogy meg tudjuk adni az elsajátítás kritériumát, azaz a fejlesztés végcélját. Ehhez ismernünk kell:

1. az elsajátítandó elemek körét, jelen esetben ez a számok ismerete százas számkörben, és
2. az optimális begyakorlottság szintjét, jelen esetben ez a hibátlan számlálás százas számkörben.

A fejlesztés további alapfeltétele, hogy minden egyes gyerek esetében ismerjük a készség aktuális fejlettségét. Ebben az esetben lehetséges az egyéni fejlettségi szinthez igazított, optimális nehézségű feladat megválasztása. Az optimális kihívóerő, a végcél ismerete szükséges többek között ahhoz, hogy kiaknázhassuk az *elsajátítási motivációban* rejlő tanulási, elsajátítási késztetést.

A számlálási készség kritériumorientált fejlesztéséhez jó diagnosztikus képet nyújt a korábbiakban ismertetett teszt. Az alábbiakban a felfelé számlálás fejlesztésének eredményeire szorítkozunk.

A számolási készségről kapott képet, diagnózist két nagycsoportos gyermek esetében a 3. táblázatban tüntettük fel. Az első oszlop azt mutatja, hogy meddig tudott elszámolni. A lehetséges legnagyobb szám itt 21, hiszen ha sikerült eddig elszámolnia, akkor a mérőbiztos leállította, és a harmincas átlépést kérő feladattal folytatta. A további hat elem 0 vagy 1 értéket kap, annak megfelelően, hogy a kért átlépést tudta-e. Az esetek nagy többségében ha egy átlépés nem sikerült, akkor a nagyobb számkörbeli sem, de ez nem törvényszerű. A harmadik sikertelen átlépés után azonban nem adtunk újabb feladatot a gyermeknek. Így tehát az első elemre 21, a további hatra 1-1 pontot kaphattak, eszerint a számolási készség összesített mutatója legfeljebb 27 nyerspont, ezt tartalmazza a 3. táblázat utolsó előtti oszlopa. Az utolsó oszlop ugyanezen összesített mutató százalékpontban (%p) kifejezve.

3. táblázat. A számlálási készség fejlettségének diagnosztikus értékelése példaként kiválasztott két gyerek esetén

gyermek	analitikus diagnózis							össz.	
	0-21	30	40	50	60	100	500	Öp	%p
1.	21	1	1	0	0	0	0	23	85
2.	10	0	0	0	0	0	0	10	37

A kísérletben résztvevő minden gyermek (minden óvodás, és minden iskolás) kapott egy füzetet, amely a fejlesztett készségek esetében tartalmazza rá vonatkozóan az analitikus diagnózist és a készségek fejlettségét összességében tükröző mutatókat. Az óvónők és tanítónők megkapták az összes gyermek fejlődési mutatóját, az egyéni fejlesztés ez alapján indult meg.

### *A számlálási készség elsajátításának kritériuma*

Az optimális elsajátítás normál eloszláson alapuló elméleti modellje szerint az elsajátítás kritériuma 93%p-ban állapítható meg. A számlálási készség teszten 27 nyerspontot lehetett elérni, ennek megfelelően 1 nyerspont 3,7%p-nak felel meg. Így az elméleti modell figyelembevételével, a számlálási készség elsajátításának kritériumát 25 nyerspont elérésében állapítottuk meg, ez kerekítve 93%p-ot jelent. A kritériumorientált fejlesztés életkortól és osztálytól függetlenül tehát mindaddig folyik, amíg ez az optimális elsajátítás, az optimális begyakorlottság létre nem jön.

### *Kritériumorientált fejlesztés*

A négyéves kísérlet első évének célja a diagnosztikus értékelésre alkalmas mérőeszközök kidolgozása és kipróbálása, a készségek spontán fejlődési folyamatának feltárása, a fejlesztésre alkalmas módszerek kidolgozása, és a következő tanévtől induló fejlesztés előkészítése, fejlesztési anyag kidolgozása, kipróbálása volt.

A számlálási készség fejlesztésére a kísérletben résztvevő óvónőkkel segédanyagot állítottunk össze. Ebben a füzetben főképp matematikai szerepjátékokat, egy-két perces számlálási gyakorlatokat, mondókákat gyűjtöttük össze. Az összeállítás során nagyban támaszkodtunk a meglévő gyűjteményekre, és kísérletben résztvevő óvónők sokéves tapasztalatára. Az összeállított fejlesztési anyagot novembertől kezdődően kipróbálási céllal elkezdtük használni, ennek eredményeként a gyerekek valamivel több mint fél tanévnyi fejlesztésben vettek részt. A fejlesztési anyagot az elsős és másodikos tanítók is megkapták. Velük ezen felül is állítottunk össze feladatokat.

A diagnosztikus értékelés alapján az óvónőknek egyértelmű képük volt a gyerekek számolási készségének fejlettségéről. A gyerekekkel a számolási készségük fejlettségétől függően egyénileg foglalkoztak. A számolási készség fejlettségi szintje szerint csoportotokat képeztek (más készség, például a beszédhanghallás esetén másként rendeződtek a gyerekek csoportokba), ezekkel az elemi csoportokkal külön-külön foglalkoztak. Továbbá az egész csoporttal játszottak csoportjátékokat. A játékokban természetesen részt vehettek azok a gyerekek is, akik a készség fejlődésében már előbbre voltak, ha élvezettel tették azt. A fejlesztés során mindvégig alapelv volt, hogy csak olyan játékba vonjuk be a gyerekeket, amiben szívesen örömmel vesznek részt.

A számlálás különböző játékok formájában naponta többször is előkerült, de mindig csak rövid, öt-tíz perces időszakokra. A "matematikai egyperceseknek" nevezett gyűjteményben olyan nagyon rövid számlálási gyakorlatok vannak, amelyekkel ki lehetett használni a pár perces üresjáratokat (pl. mosdóbeli várakozás), vagy más tevékenységek közti átkötésre lehetnek alkalmasak. A játékokat a gyerekek nagyon élvezték, sokszor kérték az óvónőket, hogy újra és újra játsszák azokat.

A játékokban fontos volt, hogy a lehető legtöbb különböző kontextusba helyezve mutassuk meg a dolgok számosságát, a lehető legtöbb formába kerüljön elő a számlálás. Mire a három almából, a három tepsől, a három napos ünnepi hétvégéből, önállósodik, absztrahálódik a három fogalma, hosszú idő telik el. A csoportjátékokban, szerepjátékokban, egyéni feladatokban minden lehetséges alkalmat megragadunk, hogy a különböző szituációkkal ennek a kialakulást segíteni tudjuk. Nagy hangsúlyt fektettünk a visszafelé számlálásra is. A visszafelé számlálás automatizálódása ugyanolyan fontos, mint a növekvő sorrendben végzett számlálás. Ennek optimalizálódása nélkül a különbségképzés, a kisebb-nagyobb fogalma, a kivonás készsége nem alakulhat ki.

A fejlesztés folyamatáról a kollégák naplót vezettek. A napló tartalmazta a használt játékokat, azok időtartamát, az egész csoportra, az elemi csoportokra illetve az egyénekre vonatkozóan. A második félévtől az óvónők bemutató foglalkozásokat tartottak a kísérletben résztvevő többi óvónő számára. Ezeket a foglalkozásokat videóra vettük fel.

### *Az első kísérleti év tapasztalatai*

#### *Az egyik kísérleti nagycsoport*

A számlálási készség féléves fejlesztése alatt bekövetkezett *egyéni fejlődést* az egyik nagycsoport példáján szemléltetjük. A 4. táblázatban feltüntettük a csoport hat óvodásának őszi és a tavaszi diagnózisát. A táblázat utolsó oszlopa mutatja a számlálási készség fejlődését a kísérleti időszak alatt.

A kiválasztott hat gyermek közül egynél, a 4-es sorszámúnál érte el a készség az optimális fejlettségi szintet. Ő a számlálás készségét elsajátította, a direkt fejlesztés tehát nála abba hagyható. Láthatjuk, hogy a fejlődés ütemében, még az azonos szintről indulók esetében is, jelentős egyéni különbségek vannak. A 2. és a 6. sorszámú gyermek októberben egyaránt a 37%-tal jellemezhető fejlettségi szinten volt. A vizsgált fél év alatt a 2. sorszámú 44%-ot, a 6. pedig csak 22%-ot fejlődött.

A csoport 27 óvodásából októberben 1, a kísérleti év végén, májusban pedig 13 érte el az optimális elsajátítás kritériumát. A csoport átlagos fejlődése a vizsgált időszak alatt 24%p, ez

valamivel magasabb, mint az összes résztvevő nagycsoportost jellemező 17%p-os növekedés (ld. a 4. táblázat alsó két sorát).

4. táblázat. A számlálási készség fejlődése az egyik nagycsoport hat gyermeke esetén

gyermek		analitikus diagnózis							össz.		fejlődés
		0-21	30	40	50	60	100	500	Öp	%p	%p
1.	október	21	1	1	0	0	0	0	23	85	
	május	21	1	1	1	0	0	0	24	89	+4
2.	október	10	0	0	0	0	0	0	10	37	
	május	21	1	0	0	0	0	0	22	81	+44
3.	október	13	0	0	0	0	0	0	13	48	
	május	21	1	0	0	0	0	0	22	81	+33
4.	október	21	0	0	0	0	0	0	21	77	
	május	21	1	1	1	1	1	0	26	96	+19
5.	október	16	0	0	0	0	0	0	16	59	
	május	21	1	1	0	1	0	0	24	89	+30
6.	október	10	0	0	0	0	0	0	10	37	
	május	16	0	0	0	0	0	0	16	59	+22
egy nagycs.	október	16	,26	,22	,07	,04	,04	,04	17	63	
	május	21	,89	,59	,56	,52	,37	,00	24	87	+24
nagycs.-ok együtt	október	17	,41	,32	,22	,15	,14	,03	18	68	
	május	20	,73	,60	,55	,54	,44	,07	23	84	+17

#### A nagycsoportosok

A kísérlet fejlesztési féléve alatt bekövező változást természetesen nem lehet teljes mértékben a fejlesztésnek tulajdonítani. A gyerekek számlálási készségében, spontán fejlődés eredményeként, beavatkozás nélkül is bekövetkezett volna bizonyos fokú fejlődés. Fontos tehát, hogy a kísérleti eredmények értelmezése során elkülönítsük a fejlesztés hatására bekövetkező változást a spontán fejlődéstől. A korábbiakban megmutattuk hogy a spontán fejlődés egy év alatt átlagosan 16%p. A fejlesztés féléves időtartama alatt tehát közelítőleg 8%p-nyi spontán fejlődés feltételezhető.

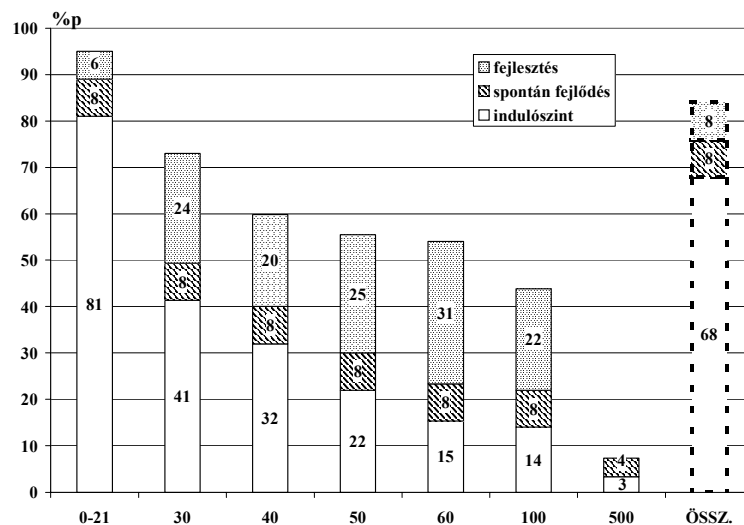
A nagycsoportosok esetében az 5. ábrán feltüntettük a számlálási készség mért elemeit, és a készség összesített fejlettségmutatóját a kísérleti félév végén (2000. május). A készség fejlettségében, a fentiek értelmében, három összetevőt különítettünk el:

1. A kísérlet kezdetekor (1999. október) mért ún. *indulósintet*.
2. Az egy félév alatt feltételezhető ún. *spontán fejlődést* (korábbiak szerint 8%p). Az egyszerűség kedvéért minden elemnél ekkora spontán fejlődést feltételeztünk.
3. A *fejlesztés* hatására bekövetkező növekedést.

A nagycsoportosok számlálási készsége a kísérleti félév alatt átlagosan 16%p-ot fejlődött. Ebből a fejlődésből kb. 8%p-nyi tulajdonítható a spontán fejlődésnek és további 8%p-nyi a fejlesztés eredményének (ld. az 5. ábra utolsó oszlopát). A húszas számkörbeli számlálás már az indulószintnél is 81%p-os fejlettséget mutatott. Érthető tehát, hogy ebben az esetben, az ún. plafoneffektus miatt, az átlagosnál kisebb fejlődést kapunk. Az átlagos fejlettség ebben az esetben 95%p, ami azt jelenti, hogy a féléves fejlesztés ellenére is a gyerekek közel 5%-a úgy lép be az iskolába, hogy nem tud 21-ig elszámolni. A fejlesztés nélkül ez az arány több mint 10% lenne. A hetvenes években országos reprezentatív mintán végzett vizsgálat eredményei szerint a hat éves gyerekek csupán fele tudta a húszas átlépést.

A százas számkörön belüli átlépéseket kérő feladatoknál, az ezres számkörön belül pedig a 100 átlépésénél igen jelentős, 20-30%p közötti növekedés tulajdonítható a fejlesztés hatásának. Még az 500-as átlépésben is a nagycsoportosok 7%-a sikeres volt. Ez azonban már túl van azon a körön, amit a nagycsoportos korú gyerekeknél reális fejlesztési célként kitűzhető. Ez okból az 500-as átlépés kísérleti félév alatt bekövetkezett 4%p-os fejlődése esetén nincs jelentősége a spontán fejlődés és a direkt fejlesztés arányát elemezni. A spontán fejlődésnek tu-

lajdonított 8%p-os növekedés ennél az elemnél már nem is értelmezhető, így az 5. ábrán a fejlődést csak spontán fejlődésként tüntettük fel. Megállapítható tehát, hogy a gyerekek kis hányada esetén a húszas, jelentős részüknél a százas, és a nagytöbbségnél az ezres számkörbe-  
li számlálás optimális elsajátításának segítése az iskola feladata.



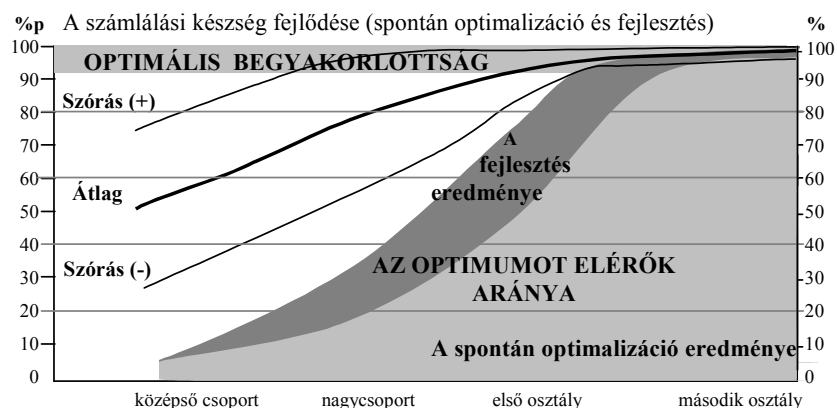
5. ábra.

*A számlálási készség fejlettsége a kísérleti félév után a nagycsoportosoknál (n=140)*

A korábbiakban megmutattuk, hogy spontán optimalizáció esetén az iskolába lépő gyerekeknek a számlálási készség átlagos fejlettsége 76%p és körülbelül 40%-uk éri el az optimális elsajátítást. A félévnyi fejlesztésben résztvevő nagycsoportosoknál iskolába lépéskor a számlálási készség átlagos fejlettsége 84%p, és 52%-uk éri el az optimális elsajátítást.

*A számlálási készség fejlődése a kísérleti félév alatt*

Az 6. ábrán feltüntettük a számlálási készség fejlődését, optimalizációs folyamatát a vizsgált életkori szakaszban. Az átlagos fejlettséget mutató görbe az első kísérleti év végének eredményeit mutatja, az átlag körül feltüntettük a szórásnyi tartományt. Az életkor előrehaladtával a szórás lecsökkenése és az átlag növekedése az elsajátítás jelzője. A gyerekek között a készségben kisebb egyéni különbségek vannak (kisebb a szórás), hiszen egyre többen elsajátították.



6. ábra.

*A számlálási készség optimalizációja, a féléves fejlesztő kísérlet eredménye*

Az átlagos fejlettség elemzésénél azonban még jelentősebb az optimális elsajátítást elérők aránya, azok, akinél a számlálási készségét kialakultnak, működőnek tekinthetjük. A világos szürkével satírozott tartomány mutatja azoknak az arányát, akiknél feltételezhetően a spontán fejlődés eredményeként kialakultnak tekinthető a számlálási készség. A sötétszürke tartomány a félévnyi fejlesztési beavatkozásnak tulajdonítható többlet-növekedést szemlélteti. Az előző két alpontban a fejlesztés eredményét a nagycsoportosokon szemléltettük, a 6. ábrán azonban látható, hogy a többlet-növekedés a teljes vizsgált életkori periódusban kimutatható. A kísérleti beavatkozásnak köszönhetően 10-20%-kal megnőtt az optimumot elérők aránya a vizsgált életkori szakaszban.

## ÖSSZEGZÉS

Az elemi számolási készség az óvodás- és kisiskoláskor egyik legalapvetőbb készsége, ami mind az általános értelmi fejlődésben, mind az iskolai matematikatanulásban fontos szerepet játszik. Években mérhető egyéni különbségekkel jellemezhető fejlődése jórészt az óvodai évek alatt zajlik. A 2002-ben és az 1975-ben végzett vizsgálat összehasonlítása alapján megállapítható, hogy a készség fejlődése egyévnnyi fejlődésbeli előnyt mutat a több mint negyedszázaddal korábbi fejlődéshez képest. Ez az eredmény megerősíti, hogy a készség fejlődését az életkori éres jelentős mértékben nem korlátozza. Emellett igazolja az óvodai, iskolai készségfejlesztés utóbbi évtizedekben zajló módszertani fejlődését.

A DIFER elemi számolási készséget vizsgáló feladatlapja olyan diagnosztikus térképet ad a készség fejlettségéről, mely alapul szolgálhat a fejlesztő munkához. Feltárja, hogy a készség mely összetevői azok, amelyek még gyakorlásra, fejlesztésre szorulnak. Iskolakezdekor feltétlenül javasolt ez a feltárás, a fejlesztésre szoruló gyerekek azonosítása. Óvodában és a fejlesztésre szoruló gyerekeknél iskolában, a rendszeres időközökben (félévente) végzett felméréssel nyomon követhető az egyéni fejlődés. A gyerekek, a csoport fejlődésének üteme összehasonlítható az országos fejlődési ütemmel. A fejlődés megismerése mellett ez az összemérés a pedagógus eredményességének visszaigazolásául is szolgálhat: az átlagos fejlődésnél (ld. a 2. és a 3. ábrát) gyorsabban fejlődő gyerekek a hatékonyan végzett fejlesztő munkát igazolják.

Az elemi számolási készség eredményes fejleszthetőségét több kísérlet is igazolta. Egy mikrocsoportos óvodai fejlesztő kísérlet tanulsága szerint a vizsgált alapkészségek közül az elemi számolási készség fejleszthető leghatékonyabban (Csertő, Ecsédi, Nagy és Puppi, 1982). Egy Szegeden és vonzáskörzetében jelenleg is folyó kísérlet alapján feltételezhető, hogy két-három éves óvodai fejlesztés eredményeként elérhető, hogy a gyerekek túlnyomó része befejező vagy optimális szinten lévő elemi számolási készséggel lépjen az iskolába (ld. 5. és 6. ábra). Jelen vizsgálatunk szerint ezt a szintet iskolakezdekre a gyerekek mintegy fele éri el (ld. a 4. ábrát). Azokat a gyerekeket, akik nem érik el legalább a haladó szintet, célszerű még egy évig az óvodai készségfejlesztésben részesíteni. Azoknál a gyerekeknél, akiknél az elemi számolási készség optimális elsajátítása az óvodában nem fejeződik be, az iskolának kell direkt módon segítenie az elsajátítást.

Többször utaltunk rá, hogy az alapkészségek elsajátítási folyamatának egyéni különbségei években mérhetők. Ezek a szélsőséges különbségek hagyományos iskolai keretek között alig kezelhetők. Jól mutatja ezt, hogy a gyerekeket az iskolába lépéskor jellemző ötévnnyi fejlettségbeli különbség tíz év alatt a duplájára nő. Ez azt jelenti, hogy a 16 éves ép értelmű gyerekek néhány százaléka megreked a 11 évesek átlagának szintjén. Ugyanakkor vannak olyan 16 évesek, akik elérik vagy meghaladják a 21 évesek átlagos fejlettségét.

A fejlődésbeli különbségek, ugyanakkor nem feltétlenül jelentenek intellektuális különbséget, sok esetben csak a fejlődés időbeli eltolódásáról, fáziskésésről van szó. Hétköznapi példaként említhető: attól, hogy egy gyermek kortársainál később kezd el járni, a készség begyakorlását követően a fejlődés megkésett indulása már nem kimutatható.

Feltehető, hogy a járás elsajátításának fejlődésbeli különbségeihez hasonló fáziskülönbségek jellemzőek az értelmi fejlődés alapkészségeire is. Azaz, az időbeli eltolódás, az éresbeli különbség fontos szerepet játszik. A gyerekek fejlődésbeli eltéréseihez a pedagógiai munká-

nak kell alkalmazkodni. Ellenkező esetben az eltérő ütemű fejlődés tényleges minőségi különbségé válhat.

A készségek fejlődése, fejlesztése nem választható el a fejlődés motorját képező *tanulási motívumrendszer* fejlődésétől, fejlesztésétől. Olyan készségfejlesztési módszerek lehetnek eredményesek, amelyek egyidejűleg működtetik és fejlesztik a tanulási motívumokat is. Valószínűsíthető, hogy a személyiség alapkészségei mellett léteznek alapvető jelentőségű motívumok is, ilyenek például az úgynevezett *elsajátítási motívumok*. Az *alapotívumok rendszere* azonban ma még nem ismert. Ennek feltárása, fejlesztési módszereinek kidolgozása további kutatások feladata (a témáról bővebben lásd Józsa, 2001, 2002a, 2002b).

## MEGJEGYZÉS

Az előadás anyaga három korábbi tanulmányunk alapján készült (Józsa, 2000, 2002c, 2002d). A számolási készség országos fejlődésének feltárását az OM támogatta, a felmérés az OKÉV KÁOKSZI Mérési Központ keretében valósult meg. A fejlesztő kísérlet az OTKA T30489 kutatás keretében folyt. Az elemzések elkészítése során felhasználtuk az SZTE-MTA Képességkutató Csoport infrastruktúráját.

## IRODALOM

- Csertő Aranka, Ecsédi András, Nagy József és Pupp József (1982): *Iskolaelőkészítő kompenzálás*. Tankönyvkiadó, Budapest.
- Józsa Krisztián (2000): A számlálási készség kritériumorientált fejlesztése. *Új Pedagógiai Szemle*, 7–8. 270–278.
- Józsa Krisztián (2001): Az elsajátítási motiváció és a kognitív kompetencia fejlesztése. In: Csapó Benő és Vidákovich Tibor (szerk.): *Neveléstudomány az ezredfordulón*. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest.
- Józsa Krisztián (2002a): Az elsajátítási motiváció pedagógiai jelentősége. *Magyar Pedagógia*, **102**. 1. sz. 79–04.
- Józsa Krisztián (2002b): Tanulási motiváció és humán műveltség. In: Csapó Benő (szerk.): *Az iskolai műveltség*. Osiris Kiadó, Budapest. 239-268.
- Józsa Krisztián (2002c): Elemi számolási készség. In: Nagy József (szerk.): *Az alapkészségek fejlődése 4–8 éves életkorban*. OKÉV, KÁOKSZI, Budapest. 42-57.
- Józsa Krisztián (2002d): Az elemi alapkészségek rendszere. In: Nagy József (szerk.): *Az alapkészségek fejlődése 4–8 éves életkorban*. OKÉV, KÁOKSZI, Budapest. 94-105.
- Nagy József (1971): *Az elemi számolási készségek mérése*. Tankönyvkiadó, Budapest.
- Nagy József (1973): *Alapművelti számolási készség*. Acta Universitatis Szegediensis de Attila József Nominatae Sectio Paedagogica, Szeged.
- Nagy József (1980): *5–6 éves gyermekeink iskolakészültsége*. Akadémiai Kiadó, Budapest.
- Nagy József (1986/1990): *PREFER: Preventív fejlettségvizsgáló rendszer 4–7 éves gyermekek számára*. Akadémiai Kiadó, Budapest.
- Nagy József (1989): PREFER. In: Gerebenné Várbíró Katalin és Vidákovich Tibor (szerk.): *A differenciált beiskolázás néhány mérőeszköze*. Akadémiai Kiadó, Budapest, 103–116.
- Nagy József (2000a): *XXI. század és nevelés*. Osiris Kiadó, Budapest.
- Nagy József (2000b): A kritikus kognitív készségek és képességek kritériumorientált fejlesztése. *Új Pedagógiai Szemle*, 7–8. 255–269.
- Nagy József (2001): A személyiség alaprendszere. A célorientált pedagógia elégtelensége, a kritériumorientált pedagógia lehetősége. *Iskolakultúra*, 9. 22–38.
- Nagy József (2002., szerk.): *Az alapkészségek fejlődése 4-8 éves korban*. OKÉV, KÁOKSZI, Budapest.
- Nagy József, Fazekasné Fenyvesi Margit, Józsa Krisztián, Vidákovich Tibor (2002): DIFER – Diagnosztikus fejlődésvizsgáló rendszer. OKÉV, KÁOKSZI, Budapest.
- Vári Péter, Bánfi Ilona, Felvégi Emese, Krolopp Judit, Rózsa Csaba és Szalay Balázs (2000): A tanulók tudásának változása. II. rész: A Monitor '99 felmérés előzetes eredményei. *Új Pedagógiai Szemle*, 7–8. sz. 15–26.
- Vidákovich Tibor (1989): A 4–5 éves gyermekek fejlettségének vizsgálatára használt eszközök rendszerének elemzése. In: Gerebenné Várbíró Katalin és Vidákovich Tibor (szerk.): *A differenciált beiskolázás néhány mérőeszköze*. Akadémiai Kiadó, Budapest, 117–127.
- Vidákovich Tibor és Csapó Benő (1998): A szövegesfeladat-megoldó készségek fejlődése. In: Varga Lajos és Budai Ágnes: *Közoktatás – kutatás. 1996-1997*. MKM. Budapest, 247-273.